Instituto de Educación Secundaria
Alfonso X el Sabio
www.iax.es

Región de Murcia
Consejería de Educación, Juventud y Deportes

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

CUADERNILLO DE PENDIENTES

MATEMÁTICAS aplicadas a las CCSS I

1º BACHILLERATO DE CCSS

	PRUEBA 1: 15 al 17 de Enero	PRUEBA 2: 8 al 10 de Abril	PRUEBA GLOBAL: 27 al 29 de Mayo
Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I	1) Números reales 2) Álgebra 3) Funciones elementales 4) Límites y continuidad	5) Derivadas 6) Estadística bidimensional 7) Probabilidad	Toda la materia

RECOMENDACIONES

- **Para repasar la materia puedes realizar los ejercicios propuestos.**
- Para preparar la **primera prueba** te recomendamos que practiques haciendo los ejercicios desde la actividad 1 hasta la actividad 12.
- Para preparar la **segunda prueba** te recomendamos que practiques haciendo los ejercicios desde la actividad 13 hasta la actividad 15.
- **Cuantos más ejercicios hagas mejor preparado irás al examen.**

PRIMERA PRUEBA:

ACTIVIDAD 1. RADICALES

1.- Reducir a índice común los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{4}, \sqrt{5}, \sqrt[4]{7}$ **b)** $\sqrt[4]{a^3}, \sqrt[6]{a^2}, \sqrt[3]{a^4}$ **c)** $\sqrt{b}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[4]{ab}$

Sol: a) $\sqrt[12]{4^4}, \sqrt[12]{5^6}, \sqrt[12]{7^3}$ b) $\sqrt[12]{a^9}, \sqrt[12]{a^4}, a\sqrt[12]{a^4}$ c) $\sqrt[12]{b^6}, \sqrt[12]{a^4}, \sqrt[12]{b^3 \cdot a^3}$

2.- Extraer factores de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{8}$ **b)** $\sqrt[3]{16}$ **c)** $\sqrt{\frac{27}{4}}$ **d)** $4\sqrt{8b^3a^7}$

e) $\sqrt[3]{\frac{729}{512}}$ **f)** $\sqrt[3]{-125}$ **g)** $\sqrt[3]{\frac{b^6}{216}}$ **h)** $\sqrt[3]{\frac{-1}{27b^6}}$

i) $\sqrt[5]{\frac{-32}{b^{10}}}$ **j)** $\sqrt[3]{\frac{216}{343}}$ **k)** $\sqrt{4x^6y^{12}}$ **l)** $\sqrt[4]{14641}$

Sol: a) $2\sqrt{2}$; b) $2\sqrt[3]{2}$; c) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$; d) $8 \cdot a^3 \cdot b\sqrt{2ab}$; e) $\frac{9}{8}$; f) -5; g) $\frac{b^2}{6}$;

h) $\frac{-1}{3b^2}$; i) $\frac{-2}{b^2}$; j) $\frac{6}{7}$; k) $2x^3y^6$; l) 11

3.- Introduce los factores en el radical y simplifica:

a) $2x\sqrt{x}$ **b)** $3\sqrt[3]{3}$ **c)** $\frac{2}{3}\sqrt[3]{9}$ **d)** $\frac{3}{8}\sqrt{\frac{2}{27}x}$

e) $\frac{4x}{3}\sqrt{\frac{9}{4}xy}$ **f)** $3mx^2\sqrt{\frac{1}{3}mx}$ **g)** $\frac{2a}{3}\sqrt[3]{\frac{9a}{16}}$ **h)** $\frac{7}{2}\sqrt{\frac{8}{21}}$

Sol: a) $\sqrt{4x^3}$; b) $\sqrt[3]{3^4}$; c) $\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$; d) $\sqrt{\frac{x}{96}}$; e) $\sqrt{4x^3y}$; f) $\sqrt{3m^3x^5}$; g) $\sqrt[3]{\frac{a^4}{6}}$; h) $\sqrt{\frac{14}{3}}$

4.- Simplifica:

a) $\sqrt[3]{81b^7}$ **b)** $\sqrt[5]{128m^{10}}$ **c)** $\sqrt[7]{256b^{14}c^{11}}$

d) $\sqrt[4]{b^7m^3}$ **e)** $\sqrt{2,\hat{7}b^3}$ **f)** $\sqrt[5]{\frac{1}{243}b^7m^{45}}$

c) $\sqrt{8}\left(\sqrt{2} - 5\sqrt{6} + \sqrt{18}\right)$ **d)** $\left(2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}\right) \cdot \left(7\sqrt{3} - 2\right)$

e) $\sqrt{\sqrt{13}+3} \cdot \sqrt{\sqrt{13}-3}$ **f)** $\left(9\sqrt{5} - 7\right) \cdot \left(9\sqrt{5} + 7\right)$

Sol: a) $7+5\sqrt{7}$ b) 2 c) $16-20\sqrt{3}$ d) $42-4\sqrt{3}+35\sqrt{6}-10\sqrt{2}$ e) 2 f) 356

10.- Calcular las siguientes sumas:

a) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27} - \sqrt{12}$ **b)** $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} + \sqrt[4]{64}$

c) $5\sqrt[6]{8} - 3(\sqrt{4} + \sqrt[10]{32}) - 8\sqrt[8]{16} + \frac{1}{\sqrt{8}}$

Sol: a) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ b) $\frac{11}{2}\sqrt{2}$ c) $-\frac{1}{4}\left(23\sqrt{2} - 24\right)$

11.- Realiza las siguientes sumas:

a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

c) $6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$

e) $3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 5\sqrt{50} - 3\sqrt{32}$ f) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486}$

g) $4\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 6\sqrt{300} - \sqrt{108}$ h) $\sqrt{75a^3b^2} + \sqrt{3ab^4}$

Sol: a) $5\sqrt{2}$; b) 0; c) $3\sqrt{2}$; d) $14\sqrt{5}$; e) $8\sqrt{2}$; f) $6\sqrt{6}$; g) $47\sqrt{3}$; h) $\left(5ab + b^2\right)\sqrt{3a}$

12.- Opera:

a) $2\sqrt{20} + 4\sqrt{80} - 5\sqrt{180} + 3\sqrt{125}$ b) $\frac{1}{4}\sqrt{128} + 6\sqrt{512} - \frac{1}{2}\sqrt{32} - 3\sqrt{98}$

c) $\frac{2}{5}\sqrt{20} - \frac{3}{5}\sqrt{80} + \frac{1}{2}\sqrt{180} + 6\sqrt{45}$ d) $\frac{4}{3}\sqrt{27} - \frac{1}{3}\sqrt{243} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48}$

e) $5\sqrt{44} - 3\sqrt{275} + 6\sqrt{396} - \sqrt{1331}$ f) $7\sqrt{28} - 4\sqrt{63} + 5\sqrt{343} - 2\sqrt{7}$

Sol: a) $5\sqrt{5}$; b) $75\sqrt{2}$; c) $\frac{97}{5}\sqrt{5}$; d) $-2\sqrt{3}$; e) $20\sqrt{11}$; f) $35\sqrt{7}$

ACTIVIDAD 2. LOGARITMOS

1.- Calcular:

a)	$\log_2 8$	**f)**	$\log_2 0{,}25$	**k)**	$\log_4 64 + \log_8 64$	**o)**	$\log 3 / \log 81$
b)	$\log_3 9$	**g)**	$\log_{0,5} 16$	**l)**	$\log 0{,}1 - \log 0{,}01$	**p)**	$\log_2 3 \times \log_3 4$
c)	$\log_4 2$	**h)**	$\log_{0,1} 100$	**m)**	$\log 5 + \log 20$	**q)**	$\log_9 25 \div \log_3 5$
d)	$\log_{27} 3$	**i)**	$\log_3 27 + \log_3 1$	**n)**	$\log 2 - \log 0{,}2$	**r)**	$\log_a \sqrt[3]{a^2}$
e)	$\log_5 0{,}2$	**j)**	$\log_5 25 - \log_5 5$	**ñ)**	$\log 32 / \log 2$	**s)**	$\log_{\sqrt{2}} 2$

Sol: a) 3; b) 2; c) 0,5; d) 1 / 3; e) – 1; f) – 2; g) – 4; h) – 2; i) 3; j) 1; k) 5; l) 1; m) 2; n) 1; ñ) 5; o) 0,25; p) 2; q) 1; r) 2/3; s) 2

2.- Determinar el valor de x en las siguientes expresiones:

a)	$\log_3 81 = x$	**g)**	$\log_x 25 = -2$	**m)**	$\log_4 64 = (2x - 1)/3$
b)	$\log_5 0{,}2 = x$	**h)**	$\log_{2x+3} 81 = 2$	**n)**	$\log_6 [4(x - 1)] = 2$
c)	$\log_2 16 = x^3/2$	**i)**	$x + 2 = 10^{\log 5}$	**ñ)**	$\log_8 [2(x^3 + 5)] = 2$
d)	$\log_2 x = -3$	**j)**	$x = 10^{4 \log 2}$	**o)**	$x = \log 625 / \log 125$
e)	$\log_7 x = 3$	**k)**	$x = \log 8 / \log 2$	**p)**	$\log(x + 1) / \log(x - 1) = 2$
f)	$\log_x 125 = 3$	**l)**	$\log_{9/16} x = 3/2$	**q)**	$\log(x - 7) / \log(x - 1) = 0{,}5$

Sol: a) 4; b) – 1; c) 2; d) 1/8; e) 343; f) 5; g) 1/5; h) 3; i) 3; j) 16; k) 3; l) 27/64; m) 5; n) 10; ñ) 3; o) 4/3; p) 3; q) 10

ACTIVIDAD 3. ECUACIONES

8.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x-3)(x-2)+\frac{x(x-3)}{2}=(x-2)^2$

b) $(x-2)x-\frac{x+2}{3}-\frac{x^2-4}{2}=(x-2)^2-4$

c) $(x-3)^2-\frac{x-2}{3}+(3-x)(x-1)=(x-2)^2$

d) $\frac{x-3}{x}+3x-\frac{5}{x}=2x-\frac{3}{x}-3$

e) $3x-\frac{8}{x}+(x-1)^2=3(x-2)-(x-5)$

f) $\frac{(x-3)^2}{2}-x+x^2=x-(x-2)$

g) $\frac{1}{x-1}+3x+3x^2-2=\frac{3}{x-1}+3x^2$

h) $2+\frac{x+4}{3}=\frac{4x+4}{3}+\frac{2-x}{x-3}$

Sol: a) 1 y 4; **b)** -2/3 y 4; **c)** -1 y 8/3; **d)** -5 y 1; **e)** -2 y 2; **f)** 1 y 5/3; **g)** 5/3 y 0; **h)** 2 y 4

11.- Resuelve las ecuaciones irracionales:

a) $x+\sqrt{x}=30$

b) $\sqrt{x}+1=\sqrt{x+9}$

c) $\sqrt{7-3x}-x=7$

d) $\sqrt{x+4}=3-\sqrt{x-1}$

e) $5\sqrt{x}+3=2x$

f) $3\sqrt{6x+1}-5=2x$

g) $\sqrt{4x+5}-\sqrt{3x+1}=1$

h) $\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+4}=6$

i) $\sqrt{\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+4}}=6$

j) $1+\sqrt{x+1}=x/3$

k) $\sqrt{x^3}-2\sqrt{x}=\sqrt{x}$

l) $\sqrt{x-3}+\sqrt{x+4}=\sqrt{4x+1}$

m) $2\sqrt{x+4}=\sqrt{5x+4}$

n) $\sqrt{x^2+3x+7}=5$

Sol: a) 25; **b)** 16; **c)** -3 y -14; **d)** 13/9; **e)** 9 y ¼; **f)** 8 y ½; **g)** 5 y 1; **h)** 5; **i)** 221; **j)** 15 y 0; **k)** 0, 3 y -3; **l)** 12; **m)** 12; **n)** 3 y -6.

9.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones logarítmicas y exponenciales:

a) $\log 4x = 3\cdot\log 2 + 4\cdot\log 3$

b) $\log (2x-4) = 2$

c) $2\cdot\log (3 - x) = -1$

d) $\log (x + 1) + \log x = \log (x + 9)$

e) $\log (x + 3) = \log 2 - \log (x + 2)$

f) $\log (x^2 + 15) = \log (x + 3) + \log x$

g) $\frac{\log(7+x^2)}{\log(x-4)}=2$

h) $2\cdot\log (3x-4) = \log 100 + \log (2x+1)^2$

i) $\log_2 (x^2 - 1) - \log_2 (x + 1) = 2$

j) $\log^2 x - 3\log x = -2$

k) $2\cdot\log (x + 5) = \log (x + 7)$

l) $\log\sqrt{x-1}=\log(x+1)-\log\sqrt{x+4}$

Sol: **a)** 162; **b)** 52; **c)** No; **d)** ±3; **e)** 4 y 1; **f)** 5; **g)** 9/8; **h)** -14/17 y -6/23; **i)** 5; **j)** 10 y 100; **k)** -3; **l)** 5

10.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log_3(x+2)+\log_3(x-4)=3$

b) $2^{2+x}-2^{1+x}+2^x=\frac{1}{2}$

c) $\log_3\left(\frac{x+1}{2x-1}\right)=2$

d) $e^x-6e^{-x}=1$

e) $\log 2+\log\left(11-x^2\right)=2\log(5-x)$

f) $\log_3(3^x-8)=2-x$

g) $3^x-3^{1-x}=2$

h) $2^{2x}-2^x=12$

i) $3\log x-\log 30=\log\frac{x^2}{5}$

j) $\log(5\log 100)=x$

k) $3^{2x+1}-5=11$

l) $7^{3x-2}=1$

Sol: *a)* $x=7$ *b)* $x=-1-\frac{\log 3}{\log 2}$ *c)* $x=\frac{10}{17}$ *d)* $x=\ln 3$ *e)* $\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=\frac{1}{3}\end{cases}$ *f)* $x=2$ *g)* $x=1$ *h)* $x=2$ *i)* $x=6$ *j)* $x=2$ *k)* $x=\frac{2\log 2}{\log 3}-\frac{1}{2}$ *l)* $x=\frac{2}{3}$

ACTIVIDAD 4. SISTEMAS LINEALES (MÉTODO DE GAUSS)

1) $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 3x-2y-z=4 \\ -2x+y+2z=2 \end{cases}$ **S.C.D (1,-2,3)**

2) $\begin{cases} 3x-4y+2z=1 \\ -2x-3y+z=2 \\ 5x-y+z=5 \end{cases}$ **S.I.**

13) $\begin{cases} x+y-3z+w=0 \\ x-y+z+w=2 \\ x+2y-5z-w=-3 \\ x-2y+3z-9w=-7 \end{cases}$ **S.C.I. (λ,2-λ,λ,1)**

14) $\begin{cases} 2x-5y+3z=0 \\ -x+y-z=0 \\ 2x-y=0 \end{cases}$

25) $\begin{cases} -x-3y+2z=4 \\ 2x+y-3z=0 \\ -3x+y+6z=2 \end{cases}$ **S.C.D. (5,-1,3)**

26) $\begin{cases} 3x-2y+4z=0 \\ -x+5y-z=0 \\ x+8y+2z=0 \end{cases}$ **S.C.I. (18λ,-λ,13λ)**

37) $\begin{cases} 2x-2y-z=7 \\ 4x-4y+2z=17 \\ 3x+2y-6z=-2 \end{cases}$ **S.C.D. (41/20,-73/40,3/4)**

38) $\begin{cases} x+y+z=515 \\ x+3y-4z=0 \\ -9x+8y=0 \end{cases}$ **S.C.D. (160, 180, 175)**

ACTIVIDAD 5. SISTEMAS NO LINEALES

1. $\begin{cases} x^2+y^2=290 \\ x+y=24 \end{cases}$ (13,11); (11,13)

2. $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ 2x+y=3 \end{cases}$ (0,3); (12/5,-9/5)

3. $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ y+3=3x \end{cases}$ (2,3); (-1/5,-18/5)

4. $\begin{cases} x-2y^2=0 \\ y+5=3x \end{cases}$ (2,1); (25/18,-5/6)

5. $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x-\frac{3}{4}y=0 \end{cases}$ (3,4); (-3,-4)

6. $\begin{cases} x^2+3xy=22 \\ x+y=5 \end{cases}$ (2,3); (11/2,-1/2)

7. $\begin{cases} 4x^2-xy=2(x+y) \\ y-x=1 \end{cases}$ (2,3); (-1/3,2/3)

8. $\begin{cases} x^2-xy+y^2=7 \\ x+y=5 \end{cases}$ (2,3); (3,2)

9. $\begin{cases} y=1+2x \\ x^2+y^2+6x=16 \end{cases}$ (1,3); (-3,-5).

10. $\begin{cases} x=3y-1 \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{-1}{2} \end{cases}$ (2,1); (1,2/3)

11. $\begin{cases} xy=8 \\ x+y=6 \end{cases}$ (2,4); (4,2)

12. $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=9 \end{cases}$ (3,3)

13. $\begin{cases} x^2-y^2=17 \\ x-y=1 \end{cases}$ (9,8)

14. $\begin{cases} x+y=3 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{2} \end{cases}$ (1,2); (2,1)

15. $\begin{cases} 4xy-6y=3 \\ 3x-8y=5 \end{cases}$ (3;1/2); (1/6,-9/16)

16. $\begin{cases} 3xy-4y^2=0 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$ (1/3,0); (2/3,1/2)

ACTIVIDAD 6. INECUACIONES

7. Resolver las siguientes inecuaciones, quitando previamente los denominadores:

a) $\frac{x-1}{2}-\frac{x-4}{3}<1$ *(Sol: x<1)*

b) $\frac{x}{3}+\frac{x}{2}>5-\frac{x}{6}$ *(Sol: x>5)*

c) $\frac{2x-4}{3}+\frac{3x+1}{3}<\frac{2x-5}{12}$ *(Sol: x<7/18)*

d) $\frac{x}{2}+\frac{x+1}{7}>x-2$ *(Sol: x<6)*

e) $\frac{5x-2}{3}-\frac{x-8}{4}>\frac{x+14}{2}-2$ *(Sol: x>4)*

i) $\frac{x}{3}-\frac{2x+1}{8}-\frac{8-10x}{45}>0$ *(Sol: x>109/110)*

j) $\frac{x}{2}+\frac{x+1}{7}-x+2<0$ *(Sol: x>6)*

k) $4x-\frac{3-2x}{4}<\frac{3x-1}{3}+\frac{37}{12}$ *(Sol: x<1)*

l) $\frac{2x+3}{4}>\frac{x+1}{2}+3$ *(Sol: ∄soluc.)*

m) $\frac{x-2}{3}-\frac{12-x}{2}>\frac{5x-36}{4}-1$ *(Sol: x<8)*

14. Resolver las siguientes inecuaciones de 2º grado reduciéndolas previamente a la forma general:

a) $x(x+3)-2x>4x+4$ *[Sol: $x\in(-\infty,-1)U(4,\infty)$]*

b) $(x-1)^2-(x+2)^2+3x^2\leq-7x+1$ *[Sol: $x\in[-4/3,1]$]*

c) $x\left(x^2+x\right)-\left(x+1\right)\left(x^2-2\right)>-4$ *[Sol: x>−3]*

d) $(2x-3)^2\leq1$ *[Sol: $x\in[1,2]$]*

ACTIVIDAD 7. DOMINIOS

1.- Halla el dominio de definición de las siguientes funciones polinómicas y racionales:

a) $f(x)=2x+1$ **b)** $f(x)=x^3-x-8$ **c)** $f(x)=x^2+x+1$

d) $f(x)=x^9-6x^4+9$ **e)** $f(x)=x^5-2x+6$ **f)** $f(x)=(x-1)^3$

g) $f(x)=\dfrac{1}{7-3x}$ **h)** $f(x)=\dfrac{1}{4x^2-1}$ **i)** $f(x)=\dfrac{7}{x^2-5}$

j) $f(x)=\dfrac{1}{x^3+1}$ **k)** $f(x)=\dfrac{1}{x^4-1}$ **l)** $f(x)=\dfrac{7x+9}{x^3+8}$

2.- Halla el dominio de definición de las siguientes funciones irracionales:

a) $f(x)=6x-2\sqrt{x}+8$ **l)** $f(x)=\sqrt{-2x^2+5x-3}$ **v)** $f(x)=-4+\sqrt{x-1}$

b) $f(x)=\sqrt{2+x}-\sqrt{3-x}$ **m)** $f(x)=\sqrt{3x-x^2+4}$ **w)** $f(x)=\sqrt{4-2x}$

c) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$ **n)** $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ **x)** $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2}{x-1}}$

ACTIVIDAD 8. OPERACIONES CON FUNCIONES

5.- Dadas las siguientes funciones, efectúa las operaciones que se indican, indicando el dominio de la función resultante:

$f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$ $g(x)=x^2-6$ $h(x)=\dfrac{6x}{x^2-4}$ $p(x)=\sqrt{x+1}$ $j(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

$k(x)=\dfrac{x+2}{x^2-1}$ $l(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$ $m(x)=x-4$ $s(x)=\dfrac{3-x}{x-1}$ $r(x)=\dfrac{2x-1}{x+3}$

a) $f+g$ **d)** $j+k$ **g)** $j-r$ **j)** $j-s$ **m)** $h\cdot k$ **p)** $j\cdot s$ **s)** k/s

b) g/p **e)** $g\circ m$ **h)** $m\circ g$ **k)** $f\circ m$ **n)** $m\circ j$ **q)** $p\circ r$ **t)** s^{-1}

c) $p\circ j$ **f)** $s\circ p$ **i)** $r\circ s$ **l)** m^{-1} **o)** j^{-1} **r)** r^{-1} **u)** g^{-1}

ACTIVIDAD 9. COMPOSICIÓN DE FUNCIONES E INVERSA

8.- Sean las funciones: $f(x)=3x+2$ y $g(x)=\dfrac{x+3}{2x+1}$,calcular: **a)** $g\circ f$; **b)** $f\circ g$

Sol: $(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(3x+2)=\dfrac{3x+5}{6x+5}$ $(f\circ g)(x)=f(g(x))=f\left(\dfrac{x+3}{2x+1}\right)=\dfrac{7x+11}{2x+1}$

9.- Dadas las funciones: $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$; $g(x)=\dfrac{2x-1}{2x+1}$ y $h(x)=\dfrac{1}{x}$, calcular: **a)** $g\circ f$; **b)** $f\circ g$; **c)** $h\circ g\circ f$; **d)** $h\circ f\circ g$; **e)** f^{-1} ; **f)** Probar que $f^{-1}\circ f=I$; **g)** Probar que: $f\circ f^{-1}=I$

Sol: $a)(g\circ f)(x)=\dfrac{3-2x}{2x+1}; b)(f\circ g)(x)=\dfrac{2x+1}{2x-3}; c)(h\circ g\circ f)(x)=\dfrac{2x+1}{3-2x}; d)(h\circ f\circ g)(x)=\dfrac{2x-3}{2x+1}$

10.- Dadas las funciones: $f(x)=\dfrac{x+2}{2x+1}$ y $g(x)=\sqrt{x}$, Calcular: **a)** $g\circ f$, **b)** $f\circ g$, **c)** f^{-1} , **d)** Probar que $f^{-1}\circ f=I$

Sol: $a)(g\circ f)(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{2x+1}}; b)(f\circ g)(x)=\dfrac{2\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+1}; c)f^{-1}(x)=\dfrac{2-x}{2x-1}$

ACTIVIDAD 10. FUNCIONES A TROZOS

77. Representar las siguientes **funciones definidas a trozos** e indicar: Dom(f) e Im(f), continuidad, intervalos de crecimiento, posibles M y m, y ecuación de las posibles asíntotas:

a) $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } x\in(-\infty,2) \\ x & \text{si } x\in[2,\infty) \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} 3 & \text{si } x<-1 \\ 1-2x & \text{si } -1\le x<1 \\ 3x-1 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} x^2-4 & \text{si } x\in(-\infty,2) \\ x-2 & \text{si } x\in[2,4] \\ 5 & \text{si } x\in(4,\infty) \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} 5x-2 & \text{si } x\le 1 \\ -2 & \text{si } x=2 \\ x/2 & \text{si } x>2 \end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases} -3 & \text{si } -5\le x<0 \\ x^2 & \text{si } 0\le x<2 \\ x+2 & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} x/2 & \text{si } x\in(-\infty,1] \\ \dfrac{1}{x-1} & \text{si } x\in(1,\infty) \end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases} 3x-2 & \text{si } x<0 \\ -2 & \text{si } x=0 \\ \dfrac{4}{x-2} & \text{si } x>0 \end{cases}$

h) $f(x)=\begin{cases} -x-2 & \text{si } x\in(-\infty,2] \\ x^2-4x & \text{si } x\in(2,\infty) \end{cases}$

i) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{5}{x-5} & \text{si } x\le 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } 0<x\le 3 \\ \dfrac{10}{x+2} & \text{si } x>3 \end{cases}$

j) $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ 3x-x^2 & \text{si } 0\le x<3 \\ x-4 & \text{si } 3\le x<6 \\ 0 & \text{si } x>6 \end{cases}$

ACTIVIDAD 11. APLICACIONES DE FUNCIONES

1. Una compañía encuentra que la cantidad de dólares ***y*** que deben gastar semanalmente en publicidad para vender ***x*** unidades de un producto está dada por

$$y = 200\ln\left(\frac{400}{500-x}\right)$$

   a. Calcule el gasto publicitario que se necesita para vender 100, 200 y 300 unidades, compare los resultados que encuentra.
   b. Calcule el número de unidades que se deben vender para gastar 100 dólares semanales en publicidad.

2. Digamos que la función demanda para un producto está dada por

$$p = \frac{100}{\ln(q+1)}$$

   a. ¿Cuál será el precio si se demandan 19 unidades?
   b. ¿Cuántas unidades serán demandadas si el precio es de 29. 4?

8. Las Naciones Unidas han pronosticado la población mundial de 1995 a 2150. Usando estas proyecciones se puede modelar la población mundial (en millones) con la ecuación

$$y = 4155e^{0.0242x}$$

Donde x es el número años transcurridos desde 1990.

   a. Suponga que en 1990 la población mundial fue de 4 155 millones de habitantes. Use este modelo para encontrar cuántos años pasaran antes de que se duplique la población de 1990.
   b. Según el modelo ¿cuál será la población en el 2008?

9. El valor V de un objeto a los t años de su adquisición se puede modelar con la expresión

$$V = 15000e^{-0.6286t},\ 0 \le t \le 10$$

Determine el valor del objeto 5 años después de adquirido.

   a. Cuánto tiempo debe pasar para que un objeto disminuya su valor en $10000

53. En una fábrica de montajes se ha estimado que el número de montajes realizados por un aprendiz dependen de los días de prácticas, según la función:

$$y = \frac{60x}{x+5}$$

donde **x** es el tiempo, en días. **a)** ¿Cuántos montajes realizará el primer día? ¿Y el día vigesimoquinto? **b)** ¿Cuántos días tiene que practicar para superar los 60 montajes al día? **c)** Dibujar la gráfica de f(x) *(Sol: **a)** 10 y 50 respectivamente **b)** Nunca)*

54. Un técnico de una compañía ha calculado que los costes de producción (en €) de un determinado producto vienen dados por la siguiente expresión:

$$C(x)=x^2+20x+40000$$

donde x representa el número de unidades producidas. Por otra parte, cada unidad se vende al público a un precio de 520 €.

a) Expresar, en función del número de artículos producidos x, el beneficio y representarlo gráficamente.

b) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

*(Sol: **b)** 250 unidades; 22500 €)*

55. La dosis de un fármaco comienza con 10 mg y cada día debe aumentar 2 mg hasta llegar a 20 mg. Debe seguir 15 días con esa cantidad y a partir de entonces ir disminuyendo 4 mg cada día.

a) Representar la función que describe este enunciado y determinar su expresión analítica, como función definida por ramas.

b) Indicar cuál es su dominio y recorrido. *(Sol: **b)** Dom(f)=[0,25]; Im(f)=[0,20])*

ACTIVIDAD 12. LÍMITES Y CONTINUIDAD

27.- Calcula los límites:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3-2x^2+4x}{-5x-2x^3}$

b) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+3x+2}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-2x+8}{2x^2-5}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2-x+1}{\sqrt{x^6+1}}$

e) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{5x}{x-1}$

f) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-1}{x^3-4x^2+4x-1}$

g) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}\right)$

i) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^2-4}{\sqrt{7+x}-3}$

j) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{5x}{\sqrt{1-x}-1}$

k) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^3+x^2-2x}$

l) $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{x^3-2x^2-2x-3}{x^3-4x^2+4x-3}$

m) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x+3}-2}$

n) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3+x^2+5}{x^3+x-3}$

ñ) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{4x^2+x}-2x\right)$

o) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+2x}{\sqrt{1+x^2}}$

p) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x^2-4}$

q) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(8x-\sqrt{16x^2-3x}\right)$

r) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x^3+4x^2+x-6}$

s) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^2-ax}{x^2+ax-2a^2}$

t) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x+x^2}{2-\sqrt{x+4}}$

u) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x^3+1}{x^2}-\dfrac{x^4+x+1}{x^3+x}\right)$

v) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2-5}-(2x-3)\right)$

w) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2+4x+2}-\sqrt{4x^2-5x+2}\right)$

Sol: a)–1/2; b)0; c)½; d)0; e)No existe; f)–2; g)1; h)0; i)24; j)-10; k)2; l)13/7; m)8; n)-7; ñ)¼; o)2; p) $\frac{\sqrt{2}}{16}$; q)+∞; r)1/6; s) 1/3; t) –4; u) 0; v)3; w) 9/4.

26. Calcular cuánto debe valer **a** para que la siguiente función sea continua $\forall\Re$:

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x\le 2 \\ 3-ax^2 & \text{si } x>2 \end{cases}$$

(Soluc: a=0)

27. Se considera la función

$$f(x)=\begin{cases} \mathrm{Ln}\,x & \text{si } 0<x<1 \\ ax^2+b & \text{si } 1\le x<\infty \end{cases}$$

Determinar los valores de *a* y *b* para que f(x) sea continua y f(2)=3 *(Soluc: a=1 y b=–1)*

29. Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & \text{si } x\le 1 \\ mx+n & \text{si } 1<x\le 3 \\ -x^2+10x-11 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

hallar los valores de **m** y **n** para que f(x) sea continua (puede ser útil dibujar la gráfica). *(Soluc: m=3, n=1)*

30. Ídem:

$$f(x)=\begin{cases} -2x+1 & \text{si } x\le -2 \\ ax+2 & \text{si } -2\le x\le 2 \\ x^2+b & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$$

(Soluc: a=–1/2, b=–3)

31. Ídem:

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+a & \text{si } x<-1 \\ x^2-4 & \text{si } -1\le x<2 \\ \ln(x-b) & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$$

(Soluc: a=–2, b=1)

SEGUNDA PRUEBA:

ACTIVIDAD 13. DERIVADAS Y GRÁFICAS

9. Utilizando en cada caso la fórmula más apropiada de la tabla de derivadas, hallar la derivada **simplificada** de las siguientes funciones compuestas:

a) $y=\frac{1}{x^2}$ **b)** $y=\frac{1}{x^2+2x-3}$ **c)** $y=\sqrt{x^2+1}$ **d)** $y=(x^2-3)^2$ **e)** $y=\frac{2}{x^3}$

f) $y=(x^2+x+1)^3$ **g)** $y=\sqrt[3]{2x^3-3}$ **h)** $y=\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ **i)** $y=3(x^2+1)^{10}$ **j)** $y=2(3x^2-1)^4$

k) $y=\frac{2}{(x^2+1)^3}$

(Sol: **a)** $y'=\frac{-2}{x^3}$; **b)** $y'=-\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}$; **c)** $y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$; **d)** $y'=4x^3-12x$; **e)** $y'=\frac{-6}{x^4}$; **f)** $y'=3(2x+1)(x^2+x+1)^2$;

g) $y'=\frac{2x^2}{\sqrt[3]{(2x^3-3)^2}}$; **h)** $y'=\frac{-x}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$; **i)** $y'=60x(x^2+1)^9$; **j)** $y'=48x(3x^2-1)^3$; **k)** $y'=\frac{-12x}{(x^2+1)^4}$*)*

12. Derivar las siguientes funciones, utilizando en cada caso el procedimiento más apropiado, y **simplificar**:

a) $y=\frac{x^2+1}{x^2}$ **b)** $y=\frac{2x^2-3x+1}{x}$ **c)** $y=\frac{x+1}{1-x}$ **d)** $y=\frac{x^2}{\sqrt{x}}$ **e)** $y=\frac{3x^4-2x^2+5}{2}$

f) $y=\left(3x^2+5\right)^5$ **g)** $y=\frac{2x}{x^2+x+1}$

(Sol: **a)** $y'=\frac{-2}{x^3}$; **b)** $y'=\frac{2x^2-1}{x^2}$; **c)** $y'=\frac{2}{(1-x)^2}$; **d)** $y'=\frac{3\sqrt{x}}{2}$; **e)** $y'=6x^3-2x$; **f)** $y'=30x\left(3x^2+5\right)^4$

g) $y'=\frac{-2x^2+2}{\left(x^2+x+1\right)^2}$*)*

Ecuación de la recta tangente:

14. Hallar la ecuación de la recta tangente a las curvas en los puntos que se indican:

a) $f(x)=3x^2+8$ en $x=1$ *(Sol: 6x−y+5=0)*

b) $y=2x^5+4$ en $x=-1$ *(Sol: 10x−y+12=0)*

c) $f(x)=x^4-1$ en $x=0$ *(Sol: y=−1)*

d) $f(x)=\dfrac{x^3-2}{x^2-3}$ en $x=2$ *(Sol: y=−12x+30)*

Intervalos de crecimiento. M y m. Representación de funciones:

18. Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los M y m de las siguientes funciones. Representarlas gráficamente.

a) $f(x)=x^2$

b) $f(x)=x^4-2x^2$

c) $y=x^3-3x^2+1$

d) $f(x)=x^3-6x^2+9x-8$

e) $f(x)=x^3-4x^2+7x-6$

f) $f(x)=x^3$

g) $f(x)=x^4+8x^3+18x^2-10$

h) $y=x^3-3x^2-9x+1$

i) $f(x)=x^4-4x^3+1$

j) $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}-6x+3$

k) $y=2x^3-9x^2$

l) $f(x)=x^3-6x^2+9x$

m) $y=x^3-12x$

*(Soluc: **a)** $\nearrow(0,\infty)$ $\searrow(-\infty,0)$; **b)** $\nearrow(-1,0)U(1,\infty)$ $\searrow(-\infty,-1)U(0,1)$; **c)** $\nearrow(-\infty,0)U(2,\infty)$ $\searrow(0,2)$; **d)** $\nearrow(-\infty,1)U(3,\infty)$ $\searrow(1,3)$; **e)** $\nearrow\ \forall x\in\mathbb{R}$; **f)** $\nearrow\ \forall x\in\mathbb{R}$; **g)** $\searrow(-\infty,0)$ $\nearrow(0,\infty)$; **h)** $\nearrow(-\infty,-1)U(3,\infty)$ $\searrow(-1,3)$; **i)** $\searrow(-\infty,3)$ $\nearrow(3,\infty)$)*

20. Ídem para:

a) $f(x)=x^3-3x$

b) $y=\dfrac{x+2}{x-1}$

c) $y=x^4-2x^2$

d) $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$

e) $f(x)=x^3-3x^2$

f) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$

g) $y=-x^3+12x$

h) $f(x)=\dfrac{9}{x^2-9}$

i) $f(x)=\dfrac{16-8x}{x^2}$

j) $y=\dfrac{x}{x^2+x+1}$

ACTIVIDAD 14. REGRESIÓN Y CORRELACIÓN

13 La siguiente tabla recoge los datos económicos de algunas de las películas más rentables de un año (las cantidades están dadas en millones de euros):

x: GASTOS	18	15	20	11	10	6	6	14	16	12
y: RECAUDACIÓN	93	83	80	47	46	44	36	34	33	26

a) Halla el coeficiente de correlación.

b) Obtén la recta de regresión de Y sobre X y estima qué recaudación cabe esperar si se invierten 30 millones de euros en una película.

16 La siguiente tabla relaciona el número atómico de varios metales, x, con su densidad, y:

ELEMENTO	K	Ca	Ti	V	Mn	Fe	Co	Ni
N.º ATÓMICO	19	20	22	23	25	26	27	28
DENSIDAD	0,86	1,54	4,50	5,60	7,11	7,88	8,70	8,80

a) Representa los puntos, halla el coeficiente de correlación y calcula la ecuación de la recta de regresión de Y sobre X.

b) Estima la densidad del cromo sabiendo que su número atómico es 24 → Cr (24).

c) Estima la densidad del escandio → Sc (21).

ACTIVIDAD 15. PROBABILIDAD

3. Una urna contiene 8 bolas rojas, 5 amarillas y 7 verdes. Se extrae una al azar. Determinar la probabilidad de que: **a)** Sea roja o verde. **b)** No sea roja. *(Sol: 3/4; 3/5)*

4. Se extrae al azar una carta de una baraja española. Hallar la probabilidad de que salga:

a) Un as o una copa. *(Sol: 13/40)*

b) Una figura o una copa. *(Sol: 19/40)*

9. Se lanzan dos dados y se suma la puntuación obtenida. Se pide:

a) Indicar el espacio muestral. ¿Cuántos casos posibles hay? *(Soluc: 36)*

b) Hallar la probabilidad de obtener exactamente un 4 *(Soluc: 1/12)*

c) Hallar la probabilidad de obtener puntuación ≤ 4 *(Soluc: 1/6)*

d) Hallar la probabilidad de no sacar un 12 *(Soluc: 35/36)*

e) Hallar la probabilidad de sacar un 4 o un 12 *(Soluc: 1/9)*

f) ¿Cuál es el número más probable de obtener? ¿Y el menos?

17. En una población la probabilidad de nacer varón es de 0,46. De una familia con tres hijos, calcular la probabilidad de que (se recomienda hacer un árbol):

a) Los tres sean varones. *(Soluc: 0,097)*

b) Ninguno sea varón. *(Soluc: 0,15)*

c) Al menos haya un varón. *(Soluc: 0,84)*

d) Al menos haya una mujer. *(Soluc: 0,90)*

18. Sean A, B y C tres sucesos independientes tales que P(A)=0,2, P(B)=0,8 y P(C)=0,7. Hallar la probabilidad de los sucesos siguientes: A U B, A U C. *(Soluc: 0,84; 0,76)*

20. En una clase hay 17 chicos y 18 chicas. Elegimos al azar dos alumnos/as de esa clase. Calcular la probabilidad de que (se recomienda hacer un árbol):

a) Los dos sean chicos. *(Soluc: 8/35)*

b) Sean dos chicas. *(Soluc: 98/35)*

c) Sean un chico y una chica. *(Soluc: 18/35)*

21. Después de tirar muchas veces un modelo de chincheta, sabemos que la probabilidad de que una cualquiera caiga con la punta hacia arriba es 0,38. Si tiramos dos chinchetas, ¿cuál será la probabilidad de que las dos caigan de distinta forma? *(Soluc: 0,47)*

22. En un centro escolar hay 1000 alumnos/as repartidos como indica la tabla adjunta. Se elige al azar uno de ellos. Hallar la probabilidad de que:

a) Sea chico.

b) No use gafas.

c) Sea una chica con gafas.

d) No use gafas sabiendo que es chica.

e) Sea chica sabiendo que no usa gafas.

f) Use gafas sabiendo que es chica.

	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	147	135
NO USAN GAFAS	368	350

23. En una empresa hay 200 empleados, la mitad de cada sexo. Los fumadores son 40 hombres y 35 mujeres. Si elegimos un empleado/a al azar, calcular la probabilidad de que sea hombre y no fume (Se recomienda hacer una tabla de contingencia como la del ejercicio anterior). Si sabemos que el elegido/a no fuma, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

24. Javier tiene en su bolsillo 4 monedas de cinco céntimos, 3 de 20 céntimos y 2 de 50 céntimos. Saca dos monedas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos (se recomienda hacer un árbol):

a) Que las dos sean de 5 céntimos. *(Soluc: 1/6)*

b) Que ninguna sea de 50 céntimos. *(Soluc: 2/3)*

c) Que sumen 70 céntimos. *(Soluc: 1/6)*