



Instituto de Educación Secundaria
Alfonso X el Sabio
www.iax.es



Región de Murcia
Consejería de Educación,
Juventud y Deportes

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

CUADERNILLO DE PENDIENTES

MATEMÁTICAS

3º ESO

	PRUEBA 1: Del 11 al 13 de Enero	PRUEBA 2: Del 12 al 14 de Abril	PRUEBA GLOBAL: Del 24 al 26 de Mayo
Matemáticas 3º ESO	UF 1: Racionales UF 2: Potencias y Raíces UF 3: Progresiones UF 4: Polinomios.	UF 5: Ecuaciones UF 6: Sistemas de ecuaciones UF 7: Funciones UF 8: Estadística	Toda la materia

RECOMENDACIONES

- ❖ **Para repasar la materia puedes realizar los ejercicios propuestos.**
- ❖ Para preparar la **primera prueba** te recomendamos que practiques haciendo los ejercicios desde la actividad 1 hasta la actividad 8.
- ❖ Para preparar la **segunda prueba** te recomendamos que practiques haciendo los ejercicios desde la actividad 9 hasta la actividad 13.
- ❖ **Cuantos más ejercicios hagas mejor preparado irás al examen.**

PRIMERA PRUEBA:**ACTIVIDAD 1. OPERACIONES CON FRACCIONES****Orden de prioridad en las operaciones:**

1. Las expresiones encerradas entre paréntesis, de los interiores a los exteriores.
2. Las potencias y radicales.
3. Los productos y cocientes.
4. Las sumas y restas.

Cuando tengamos operaciones de igual prioridad se ejecutan de manera natural, es decir, de izquierda a derecha.

$$1. 1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{8} - \frac{1}{4}$$

$$2. \frac{13}{2} - 2 + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}$$

$$3. \frac{7}{2} - 3 + \frac{9}{4} - \frac{1}{6}$$

$$4. \frac{7}{6} + \frac{5}{2} - 3 + \frac{1}{5}$$

$$5. 3 + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{2}{3}$$

$$6. \frac{1}{5} + \frac{4}{5} - \frac{1}{4} + 3 + \frac{3}{4}$$

$$7. \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{8}$$

$$8. \frac{3}{4} - \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{2}$$

$$9. 3 + \frac{1}{4} : \frac{2}{3}$$

$$10. \frac{5}{3} - \frac{40}{3} : \frac{10}{9}$$

$$11. 1 - \frac{8}{27} : \frac{16}{9}$$

$$12. \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{4}$$

$$13. \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{8}$$

$$14. \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{8} \right)$$

$$15. (1 - 1) \cdot 4 - 1$$

$$22. \frac{3}{5} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} : \frac{1}{2}$$

$$23. -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right)$$

$$24. 3 - \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{8} \cdot (-2)$$

$$25. 5 + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) : 2$$

$$26. \frac{7}{4} + \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{1}{5} \right)$$

$$27. \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8} \right) \cdot 2 - \frac{7}{8}$$

$$28. \frac{2}{5} + 5 - 2 : \left(\frac{2}{3} + 6 \right)$$

$$29. \frac{20}{3} : 2 - \left(2 + \frac{1}{4} \cdot 2 \right)$$

$$30. \left(3 + \frac{1}{5} \right) - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10} \right)$$

$$31. \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) : \frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \left(1 - \frac{3}{4} \right)$$

$$32. \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2} \right) : \frac{1}{2} + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$33. 3 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} : \frac{1}{4} \right) + 2 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6} \right)$$

$$34. \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} + 1 \right) - \frac{1}{5} \cdot \left(2 + \frac{1}{3} : \frac{1}{6} \right)$$

SOLUCIONES

1. 11/24
2. 29/6
3. 31/12
4. 13/15
5. 7/3
6. 9/2
7. 1/4
8. 1/4
9. 27/8
10. -31/3
11. 5/6
12. 1/2
13. 77/120
14. 29/40
15. 13/20
16. 119/30
17. 29/15
18. 1/12
19. -2/35
20. 131/30
21. -149/15
22. 4/3
23. -1
24. 7/4
25. 41/8
26. 47/20
27. 7/8
28. 51/10
29. 5/6
30. 43/15
31. 19/6
32. 7
33. 10/3
34. 13/15
35. 11/12
36. 4
37. 1
38. 49/15
39. 5/3
40. 3/8

ACTIVIDAD 2. PROBLEMAS DE FRACCIONES

Algoritmo de resolución de Problemas:

- Lectura y comprensión del enunciado.
- Traducir el problema al lenguaje matemático mediante fracciones.
- Realizar las operaciones con fracciones sin olvidar el orden en la prioridad de las operaciones.
- Evaluar e interpretar la solución.

1.- Escribe las fracciones correspondientes: **a)** Medio kilo de naranjas. **b)** Tres cuartos de hora. **c)** Dos tercios de la clase. **d)** Tres partes de aceite y una de vinagre. **e)** Tres partes de agua y una de tierra.

Solución: a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{3}{4}$

2.- El bronce es una aleación de cobre, estaño y cinc. De cada 100 partes de bronce, 88 son de cobre, 8 de estaño y 4 de cinc. Escribe como una fracción que parte hay en el bronce de cada uno de sus componentes.

Solución: $\frac{22}{25}$; $\frac{2}{25}$ y $\frac{1}{25}$

3.- Se dice que pasamos un tercio de nuestra vida durmiendo. Si vivimos 81 años, ¿cuánto tiempo habremos estado durmiendo?

Solución: 27 Años

4.- La suma de los alumnos de dos clases es 48. De estos alumnos, $\frac{1}{2}$ han elegido Astronomía, $\frac{1}{3}$ Informática y $\frac{1}{6}$ teatro. ¿Cuántos alumnos han elegido cada una de estas asignaturas?

Solución: 24 Astronomía, 16 Informática y 8 Teatro.

5.- Los alumnos de Quinto van a visitar una reserva de animales. Se sabe que van los $\frac{3}{4}$ y se quedan 36 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en 5º?

Solución: 144 Alumnos.

6.- Un cine tiene un aforo de 500 espectadores. Se han llenado los $\frac{7}{10}$ del aforo. **a)** ¿Cuántos espectadores han entrado? **b)** ¿Qué fracción falta por llenar? **c)** ¿Cuántos espectadores tendrían que entrar para llenar el aforo?

Sol: a) 350; b) $\frac{3}{10}$; c) 150

7.- Un sexto de los alumnos de una clase son 5. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Solución: 30 Alumnos.

8.- De los alumnos de primero han ido al teatro 72 de 108. Escribe este resultado con 3 fracciones equivalentes. ¿Cuántas respuestas posibles hay?

Solución: $\frac{36}{54}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{6}{9}$

9.- En las elecciones de un centro con 630 alumnos se presentan 3 candidatos para representar a los alumnos en el Consejo Escolar. Al primero le votan 2 de cada 6 alumnos, al segundo 3 de cada 9 y al tercero 5 de cada 15. ¿Quién ganó las elecciones?

Solución: Todos igual

10.- Las latas de refresco tienen un volumen de $\frac{1}{3}$ de litro. ¿Cuántas latas son necesarias para envasar 20.000 litros de refresco?

14.- Alberto ha fallado 3 penaltis de 5 y Carlos 4 de 7. ¿Quién tira mejor los penaltis?

Solución: Carlos

15.- Marisa dice que han aprobado 24 alumnos de 36, es decir, $\frac{24}{36}$. ¿Con qué otras fracciones de términos más sencillos se puede expresar este resultado?

Solución: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{12}$

16.- Un profesor ha corregido $\frac{2}{5}$ de los exámenes con rotulador rojo y $\frac{1}{4}$ con bolígrafo azul. Si todavía le quedan por corregir 42, ¿cuántos tenía que corregir?

Sol: 120 exámenes

17.- En una cuestación para ayudar a los afectados por una riada han colaborado 120 alumnos de los 160 de primer curso y 90 de los 110 de segundo curso. ¿Qué curso ha colaborado más?

Solución: Los de segundo curso

18.- A pesar de la mayor proporción de mujeres que de hombres en la mayoría de los países, su participación en la política activa es muy inferior a la de éstos. De acuerdo con los datos siguientes, ordena los países según la participación femenina en sus parlamentos. España: $\frac{5}{18}$, Alemania: $\frac{1}{3}$, Suecia: $\frac{3}{7}$, EE.UU.: $\frac{7}{50}$, Italia: $\frac{1}{10}$, Francia: $\frac{8}{75}$.

Solución: Suecia, Alemania, España, EEUU, Francia e Italia.

Una aventurera ecologista realiza $\frac{3}{5}$ de un viaje en tren, $\frac{1}{3}$ en autobús y el resto en bicicleta. Si en bicicleta ha recorrido 20 km, ¿cuál es la longitud total de su recorrido?

Si nuestra amiga Dora realiza $\frac{3}{5}$ partes del viaje en tren y $\frac{1}{3}$ en autobús, en total habrá realizado:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9}{15} + \frac{5}{15} = \frac{14}{15}$$

14 partes de un total de 15.

Luego si ya ha realizado 14 partes de 15, le quedará por realizar una parte de 15, que será lo que recorre en bicicleta:

$$\frac{15}{15} - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$$

Por tanto $\frac{1}{15}$ será lo que realiza en bicicleta, pero como además dice que en bicicleta ha recorrido 15 kilómetros, quiere esto decir que una quinceava parte del viaje son 20 km, por tanto todo el viaje será 15 veces 20 kilómetros.

Si $\frac{1}{15}$ del viaje son 20 km, (si una parte de 15 son 20 km) como todo el viaje son $\frac{15}{15}$, entonces bastará con multiplicar 20 kilómetros que es una parte por las 15 partes del viaje:

$$\frac{1}{15} \text{ son } 20 \text{ km} \rightarrow \frac{15}{15} = 15 \cdot \frac{1}{15} \text{ son } 15 \cdot 20 = 300 \text{ km}$$

Luego la longitud total del viaje es de 300 kilómetros.

19.- En una clase de 36 alumnos $\frac{1}{3}$ han elegido como optativa el idioma francés y $\frac{1}{6}$ el alemán. ¿Qué fracción de alumnos estudian idiomas? ¿Cuántos son?

Solución: La mitad estudia idiomas, 18 Alumnos.

20.- El martes, de los alumnos de Primero fueron al teatro $\frac{3}{8}$ y a un concierto $\frac{2}{5}$. ¿Han participado todos los alumnos? Si la respuesta es negativa, ¿qué fracción de alumnos no ha ido a ninguna actividad?

Solución: No, $\frac{9}{40}$ no han participado a ninguna actividad.

ACTIVIDAD 3. POTENCIAS Y RAÍCES

3.- ¿Qué signo tienen las potencias siguientes?

- a) 6^3 b) $(-3)^{12}$ c) 3^{21} d) $(-3)^{21}$
 e) $(-2)^4$ f) 5^{32} g) $(-3)^5$ h) 4^{51}
 i) 3^{35} j) $(-1)^{17}$ k) 3^{-3} l) $(-2)^{-3}$

4.- Calcula las siguientes potencias:

- a) 3^4 b) $(-1)^3$ c) $(-2)^3$ d) 2^5
 e) $(-2)^4$ f) -2^2 g) $(-3)^3$ h) 5^2

Sol: a) 81; b) -1; c) -8; d) 32; e) 16; f) -4; g) -27; h) 25

5.- Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma de potencia:

- a) $(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3)^3$ b) $(3^2 \cdot 5^3)^3$ c) $(5^3 \cdot 2^2 \cdot 4^3)^2$

Sol: a) $2^{12} \cdot 3^6 \cdot 5^9$; b) $3^6 \cdot 5^9$; c) $5^6 \cdot 2^{16}$

6.- Reduce a una única potencia:

- a) $x^4 \cdot x^6$ b) $m^3 \cdot m^4$ c) $m^8 : m^6$
 d) $x^7 : x^6$ e) $(-4)^7 : (4^2)^2$ f) $(m^4)^3$
 g) $(a^{10} : a^6)^2$ h) $(x^5 : x^2) \cdot x^4$ i) $(x^2)^5$
 j) $(x^6 \cdot x^4) : x^7$ k) $(5^2 \cdot 5^4) : 5^3$ l) $(2^4)^3 : 2^7$
 m) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$ n) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$

Sol: a) x^{10} ; b) m^7 ; c) m^2 ; d) x ; e) -4^3 ; f) m^{12} ; g) a^8 ; h) x^7 ; i) x^{10} ; j) x^3 ; k) 5^3 ; l) 2^5 ; m) 5^4 ; n) -3^3

13.- Calcula las siguientes raíces exactas:

- a) $\sqrt{0,04}$ b) $\sqrt{0,49}$ c) $\sqrt{0,81}$
 d) $\sqrt{0,0001}$ e) $\sqrt{0,0121}$ f) $\sqrt{0,1225}$

Sol: a) 0,2; b) 0,7; c) 0,9; d) 0,01; e) 0,11; f) 0,35

14.- Expresa en forma de potencia y calcula:

- a) $\sqrt[3]{a^{12}}$ b) $\sqrt[5]{m^{10}}$ c) $\sqrt{x^{10}}$

Sol: a) a^4 ; b) m^2 ; c) x^5

15.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $\frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 4^4}$ b) $\frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10}$ c) $\frac{2^{-5} \cdot 4^3}{16}$ d) $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 4^{-1}}{2^3 \cdot 9^{-1}}$

Sol: a) 72; b) 5/2; c) 1/8; d) 81

16.- Simplifica:

- a) $\frac{1}{a} : \frac{1}{a^2}$ b) $a : \frac{1}{a}$ c) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-4} \cdot \frac{a^3}{b^2}$ d) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} \cdot (a^{-1})^{-2}$ e) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$

Sol: a) a ; b) a^2 ; c) b^2/a ; d) b^3/a ; e) $a \cdot b^2$

17.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $\frac{5^2 \cdot (5^{-2})^3 \cdot 5^4}{5^0 \cdot 5^{-5} \cdot (5^2)^2}$ b) $\frac{2^{-1} \cdot (2^5)^{-3} \cdot 2}{2^7}$ c) $\frac{3^{\frac{2}{3}} \cdot (3^2)^{\frac{3}{2}}}{3^3}$ d) $\frac{7^{-3} \cdot 7^{-1} \cdot 7^4}{(7^5 \cdot 7)^2}$

Sol: a) 5; b) $3^{2/3}$; c) $2^{2/3}$; d) 7^{-12}

18.- Calcula y simplifica:

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{32} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^{32}\right]^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-66} : \left(\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^{-4} = \frac{9}{16}$$

ACTIVIDAD 4. OPERACIONES CON RADICALES

1.- Reducir a índice común los siguientes radicales:

- a) $\sqrt[3]{4}, \sqrt{5}, \sqrt[4]{7}$ b) $\sqrt[4]{a^3}, \sqrt[6]{a^2}, \sqrt[3]{a^4}$ c) $\sqrt{b}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[4]{ab}$

Sol: a) $\sqrt[12]{4^4}, \sqrt[12]{5^6}, \sqrt[12]{7^3}$ b) $\sqrt[12]{a^9}, \sqrt[12]{a^4}, \sqrt[12]{a^8}$ c) $\sqrt[12]{b^6}, \sqrt[12]{a^4}, \sqrt[12]{ab^3}$

2.- Extraer factores de los siguientes radicales:

- a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt[3]{16}$ c) $\sqrt{\frac{27}{4}}$ d) $4\sqrt{8b^3a^7}$
 e) $\sqrt[3]{\frac{729}{512}}$ f) $\sqrt[3]{-125}$ g) $\sqrt[3]{\frac{b^6}{216}}$ h) $\sqrt[3]{\frac{-1}{27b^6}}$
 i) $\sqrt[5]{\frac{-32}{b^{10}}}$ j) $\sqrt[3]{\frac{216}{343}}$ k) $\sqrt{4x^6y^{12}}$ l) $\sqrt[4]{14641}$

- m) $\sqrt[3]{\frac{108a^9bc^{16}}{875d^4e^{-6}}}$ Sol: a) $2\sqrt{2}$; b) $2\sqrt[3]{2}$; c) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$; d) $8a^3b\sqrt{2ab}$; e) $\frac{9}{8}\sqrt[3]{f}$; f) -5 ;
 g) $\frac{b^2}{6}$; h) $\frac{-1}{3b^2}$; i) $\frac{-2}{b^2}$; j) $\frac{6}{7}$; k) $2x^3y^6$; l) 11; m) $\frac{3a^3c^5e^2}{5d}\sqrt[3]{\frac{4bc}{7d}}$

3.- Introduce los factores en el radical y simplifica:

- a) $2x\sqrt{x}$ b) $3\sqrt[3]{3}$ c) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{9}$ d) $\frac{3}{8}\sqrt{\frac{2}{27}x}$
 e) $\frac{4x}{3}\sqrt{\frac{9}{4}xy}$ f) $3mx^2\sqrt{\frac{1}{3}mx}$ g) $\frac{2a}{3}\sqrt[3]{\frac{9a}{16}}$ h) $\frac{7}{2}\sqrt{\frac{8}{21}}$

Sol: a) $\sqrt{4x^3}$; b) $\sqrt[3]{3^4}$; c) $\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$; d) $\sqrt{\frac{x}{96}}$; e) $\sqrt{4x^3y}$; f) $\sqrt{3m^3x^5}$; g) $\sqrt[3]{\frac{a^4}{6}}$; h) $\sqrt{\frac{14}{3}}$

4.- Simplifica:

- a) $\sqrt[3]{81b^7}$ b) $\sqrt[5]{128m^{10}}$ c) $\sqrt[7]{256b^{14}c^{11}}$
 d) $\sqrt[4]{b^7m^3}$ e) $\sqrt{2,7b^3}$ f) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}b^7m^{45}}$
 g) $\sqrt[3]{0,001b^7}$ h) $\sqrt{324b^3x}$ i) $\sqrt[3]{\frac{8}{729}b^5m^{14}}$

- e) $\sqrt{13} + 3\sqrt{13-3}$ f) $(9\sqrt{5}-7)(9\sqrt{5}+7)$

Sol: a) $7+5\sqrt{7}$ b) $2c$ c) $16-20\sqrt{3}$ d) $42-4\sqrt{3}+35\sqrt{6}-10\sqrt{2}$ e) 2 f) 356

10.- Calcular las siguientes sumas:

- a) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27} - \sqrt{12}$ b) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{64}$
 c) $5\sqrt[6]{8} - 3(\sqrt{4} + \sqrt[10]{32}) - 8\sqrt[8]{16} + \frac{1}{\sqrt{8}}$

Sol: a) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ b) $\frac{11}{2}\sqrt{2}$ c) $-\frac{1}{4}(23\sqrt{2}-24)$

11.- Realiza las siguientes sumas de radicales:

- a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$
 c) $6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$
 e) $3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 5\sqrt{50} - 3\sqrt{32}$ f) $\sqrt{75a^3b^2} + \sqrt{3ab^4}$

Sol: a) $5\sqrt{2}$; b) 0; c) $3\sqrt{2}$; d) $14\sqrt{5}$; e) $8\sqrt{2}$; f) $(5ab+b^2)\sqrt{3a}$

12.- Opera:

- a) $2\sqrt{20} + 4\sqrt{80} - 5\sqrt{180} + 3\sqrt{125} + 5\sqrt{45} - 4\sqrt{5} =$
 b) $\frac{1}{4}\sqrt{128} + 6\sqrt{512} - \frac{1}{2}\sqrt{32} - 3\sqrt{98} + 4\sqrt{8} - 7\sqrt{2} =$
 c) $\frac{3}{5}\sqrt{20} + \frac{1}{5}\sqrt{80} + \frac{1}{2}\sqrt{180} - 6\sqrt{45} + 4\sqrt{245} - \sqrt{5} =$
 d) $\frac{4}{3}\sqrt{27} - \frac{1}{3}\sqrt{243} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - 8\sqrt{108} + \sqrt{3} =$
 e) $5\sqrt{44} - 3\sqrt{275} + 6\sqrt{396} - \sqrt{1331} + 8\sqrt{539} =$
 f) $73\sqrt{28} - 40\sqrt{63} + 5\sqrt{343} - 25\sqrt{7} + 4\sqrt{112} =$

Sol: a) $16\sqrt{5}$; b) $76\sqrt{2}$; c) $14\sqrt{5}$; d) $-49\sqrt{3}$; e) $76\sqrt{11}$; f) $52\sqrt{7}$

ACTIVIDAD 5. PORCENTAJES ENCADENADOS

Algoritmo de resolución de Problemas de Porcentajes encadenados:

Para resolver este tipo de problemas, nos ayudaremos del **índice de variación**

porcentual I_v , que se calcula mediante: $I_v = \left(1 \pm \frac{\%}{100}\right) \begin{cases} + \text{aumento} \\ - \text{rebaja} \end{cases}$

🍏 El índice de variación porcentual en un aumento porcentual es igual a 1 más el aumento porcentual expresado en forma decimal.

$$I_v = 1 + \frac{\%}{100}$$

🍏 El índice de variación porcentual en una disminución (descuento) porcentual es igual a 1 menos el descuento porcentual expresado en forma decimal.

$$I_v = 1 - \frac{\%}{100}$$

🍏 La **cantidad final** C_f que se obtiene al aumentar (o disminuir) una cantidad inicial C_i en un porcentaje $p\%$ se calcula mediante la expresión:

$$C_f = C_i \cdot I_v = C_i \cdot \left(1 \pm \frac{\%}{100}\right)$$

🍏 La **cantidad final** C_f que se obtiene al realizar varios aumentos o disminuciones porcentuales de una cantidad inicial C_i se calcula mediante la expresión:

$$C_f = C_i \cdot I_{vt} = C_i \cdot (I_{v_1} \cdot I_{v_2} \cdot I_{v_3} \cdot I_{v_4} \cdot I_{v_5} \cdot I_{v_6} \cdot I_{v_7} \cdot I_{v_8} \cdot I_{v_9} \dots)$$

En la que el **índice de variación total**, I_{vt} , se consigue multiplicando los índices de variación porcentual de cada uno de los aumentos o decrementos.

01.- ¿Por qué número hay que multiplicar la cantidad inicial para obtener la final en cada uno de los siguientes casos?:

- Aumenta un 12%.
- Disminuye el 37%.
- Aumenta un 150%.
- Disminuye un 2%.
- Aumenta un 10% y, después, el 30%.
- Disminuye un 25% y aumenta un 42%.

Sol: a) 1,12; b) 0,63; c) 2,5; d) 0,98; e) 1,43; f) 1,065

02.- En cada uno de los apartados siguientes, calcula el índice de variación y la cantidad final:

- 325 aumenta el 28%.
- 87 disminuye el 80%.
- 425 aumenta el 120%.
- 125 disminuye el 2%.
- 45 aumenta el 40% y el 30%.
- 350 disminuye el 20% y el 12%.

Sol: a) $I_v=1,28$; $C_f=416$; b) $I_v=0,2$; $C_f=17,4$; c) $I_v=2,2$; $C_f=935$; d) $I_v=0,98$; $C_f=122,5$; e) $I_v=1,82$; $C_f=81,9$; f) $I_v=0,704$; $C_f=246,4$

03.- ¿Qué porcentaje de aumento o de disminución corresponde a los siguientes índices de variación?: a) 1,54 b) 0,18 c) 0,05 d) 2,2 e) 1,09 f) 3,5.

Sol: a) Aumento 54%. b) Disminución 82%. c) Disminución 95%. d) Aumento 120%. e) Aumento 9%. f) Aumento 250%.

04.- Halla el resultado de los siguientes porcentajes encadenados (no uses calculadora, realiza el cálculo mental cuando

08.- He comprado directamente a la fábrica placas solares para calentar el agua. Su precio está marcado en 3.850 €. Como compro directamente en la fábrica me rebajan el 40%, y cuando ya tengo el precio rebajado al hacerme la factura tengo que pagar el 18% de IVA. ¿Cuánto me cuestan al final?

Solución: Las placas solares cuestan 2.725,80 €

09.- Un artículo que vale 50 euros tiene los siguientes cambios de precio: primero sube un 30%, a continuación, baja un 15%, vuelve a bajar un 25%, y por último tiene una subida del 10%. ¿Cuál es su precio final? ¿Qué porcentaje ha variado respecto del precio inicial?

Solución: Precio final: 45,58 € Descuento: 8,8375 %

10.- La carne de cordero, durante la Navidad, aumentó su precio de 8,85 €/kg a 11,55 €/kg. Otro producto que se ha encarecido han sido las uvas, de 2,10 €/kg a 3,95 €/kg. ¿Qué producto se ha incrementado más en proporción?

Solución: Las Uvas

11.- En Amazon se anuncian rebajas del 25%, pero luego cargan en la factura un 20% de gastos de envío. ¿Cuánto pagaremos por un artículo que costaba 30 euros? ¿Cuánto costaba un artículo por el que hemos pagado 36 euros?

Sol: a) 27 €; b) 40 €.

12.- Un capital colocado al 8% anual durante 2 años se ha convertido en 5.598,72 €. ¿Cuál era el capital inicial?

Sol: 4.800 €

13.- El precio de la vivienda en España subió un 8% en 2005, un 15% en 2006, un 10% en 2007 y bajó en 2008 un 15%.

a) ¿Cuál ha sido el porcentaje de la variación total? ¿Aumenta o disminuye? ¿Por qué? b) Cual es el precio actual de un apartamento que el 1 de enero de 2005 costaba 140.000 €?

Sol: a) Aumenta un 16,13 % b) 162577,80 €.

El kilo de tomates subió un 20% y después bajó un 25%. Si costaba 1,80 €, ¿cuál es su precio actual?

Primero calculamos los índices de variación porcentual asociados a cada variación:

$$\text{Aumento del 20\%: } I_{v_1} = 1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,2 = 1,2$$

$$\text{Descuento del 25\%: } I_{v_2} = 1 - \frac{25}{100} = 1 - 0,25 = 0,75$$

Calculamos el I_v total, multiplicando los de cada variación:

$$I_{v_{\text{total}}} = I_{v_1} \cdot I_{v_2} = 1,2 \cdot 0,75 = 0,9$$

Calculamos el precio final multiplicando el $I_{v_{\text{total}}}$ por el precio inicial:

$$C_{\text{final}} = C_{\text{inicial}} \cdot I_{v_{\text{total}}} = 1,80 \cdot 0,9 = 1,62 \text{ €}$$

Por tanto, el kilo de tomates cuesta actualmente 1,62 €.

14.- Al calentar una barra de metal de 1 m a 200°C, se ha dilatado hasta 1,04 m. Una barra de 60 cm de otro metal, al calentarla a la misma temperatura, se ha dilatado hasta 61,9 cm. ¿Qué metal se dilata menos?

Sol: Se dilata menos el metal de la barra de 60 cm

ACTIVIDAD 6. PROGRESIONES

Progresiones Aritméticas:

Son sucesiones en las que cada término se consigue sumando al anterior una misma cantidad, **d**, llamada **diferencia**. Su término general es de la forma:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

La suma de los n primeros términos de una progresión aritmética es la semisuma del primer y el último término y multiplicando por n .

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

- 1.- En las siguientes P.A., hallar: **a)** El término 20 en: 1, 6, 11, 16... **b)** El término 6 en: 3, 7, 11, 15... **c)** El término 12 en: -4, 0, 4, 8... **d)** El término 10 en: 2, 5, 8, 11...

Sol: a) 96; b) 23; c) 40; d) 29

- 2.- Halla los términos a_4 , a_7 , a_2 , a_{10} de las sucesiones: **a)** $a_n = 3n-2$. **b)** $a_n = n^2-1$. **c)** $a_n = 4n-3$. **d)** $a_n = 2n+3$

Sol: a) 10, 19, 4, 28; b) 15, 48, 3, 99; c) 13, 25, 5, 37; d) 11, 17, 7, 23

- 3.- Hallar el término a_{10} en una P.A. en la que $a_1 = 5$ y la diferencia es $d = -3$.

Sol: -22

- 4.- Calcula el término general de las sucesiones:

- a)** -1, 1, 3, 5, 7, 9 **b)** 3, 6, 9, 12, 15, 18
c) 5, 6, 7, 8, 9 **d)** -2, 0, 2, 4, 6

Sol: a) $2n-3$; b) $3n$; c) $n+4$; d) $2n-4$

- 5.- Calcula el primer término de una P.A. que consta de 10 términos, si se sabe que el último es 34 y la $d=3$.

Sol: 7

- 6.- En una P.A. $a_{12} = -7$ y $d = -2$. Hallar a_1 .

Sol: 15

- 7.- En una P.A. $a_{20} = -33$ y $a_{12} = -28$, hallar a_1 y d .

Sol: $a_1 = -169/8$; $d = -5/8$

- 8.- En una P.A. $d=5$ y $a_{25} = 110$, hallar a_{20} .

Sol: $a_{20} = 85$

- 9.- ¿Cuántos términos tiene una P.A. cuyo primer término es 8 y el último 36, si la diferencia es 2.

Sol: 15

- 10.- Interpola los términos que se indican en cada apartado: **a)** Cuatro entre 7 y 17 **b)** Cinco entre 32 y 14

Progresiones Geométricas:

Son sucesiones en las que cada término se consigue multiplicando el anterior por una misma cantidad, **r**, llamada **razón**. Su término general es:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica se calcula mediante:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 \cdot r^n - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1}$$

La suma de todos los términos de una progresión geométrica en la que su razón verifique: $0 < |r| < 1$, se expresa como S_∞ y se calcula:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r}$$

- 36.- Prueba cuales de las siguientes sucesiones son progresiones geométricas y cuáles no. Y de las que sean calcula su razón. **a)** 5, 5/3, 5/9, 5/27, ... **b)** 3, 12, 60, ... **c)** 54, 36, 24, 16, ...

Sol: a) Si $r=1/3$; b) No; c) Si $r=2/3$

- 37.- Hallar el término décimo de la progresión: 2, 4, 8, ...

Sol: $a_{10} = 2^{10}$

- 38.- Hallar el décimo término de la progresión: 1/64, 1/32, 1/16, ...

- 18.- Halla la suma de los n^o pares: 2, 4, 6, ..., 100.

Sol: 2550

- 19.- Halla la expresión del n -ésimo número par y la suma de los n primeros números pares:

Sol: a) $2n$; b) $(1+n)n$

- 20.- Halla la expresión del n -ésimo número impar y la suma de los n primeros números impares.

Sol: a) $2n-1$; b) n^2

- 21.- Halla la expresión del n -ésimo múltiplo de 3 y la suma de los n primeros números.

Sol: a) $3n$; b) $[(3+3n)n]/2$

- 22.- ¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética 4, 8, 12, ... para obtener como resultado 220.

Sol: 10 términos.

- 23.- La suma de los términos de una progresión aritmética limitada es 169 y su término central vale 13. Hallar el número de términos de la progresión.

Sol: $n = 13$

- 24.- La suma de x números naturales consecutivos tomados a partir de 35 es 1820. Calcular x .

Sol: $x = 35$

- 25.- ¿Cuántos números impares consecutivos a partir de 1 es preciso tomar para que su suma sea igual a 1521?

Sol: 39

- 26.- Se consideran 12 términos consecutivos de una P.A. La diferencia de los dos extremos es 55, y la suma del cuarto y octavo 56. Halla los extremos.

Sol: $a_1 = 3$, $a_{12} = 58$.

- 27.- Se consideran 10 términos consecutivos de una P.A. Los dos extremos suman 22 y el producto del tercero y el cuarto es 48. Halla dichos términos.

Sol: $d = 2$, sucesión: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

- 28.- La suma de tres números en progresión aritmética es 24 y su producto 440. Halla dichos números.

Sol: 5, 8, 11

- 29.- El alquiler de una bicicleta cuesta 1,5€ la primera hora y 0,3 € más cada nueva hora. **a)** ¿Cuál es el precio total del alquiler de 2, 3, 4, ..., n horas? **b)** ¿Cuántas horas ha tenido alquilada una bici Andrés si ha pagado 4,5 €?

Sol: a) $1,2 + 0,3n$; b) 11 horas.

- 51.- Calcula la razón de una progresión geométrica donde el primer término es 5 y el quinto es 405.

Sol: 3

- 52.- En una progresión geométrica $a_2 = 5$ y la razón 3, hallar el lugar que ocupa el término que vale 10.935.

Sol: $n = 9$

- 53.- Intercalar 4 términos entre 4 y 972 de modo que formen una progresión geométrica.

Sol: $r = 3$. 12, 36, 108, 324

- 54.- Interpolan 6 términos entre 64 y 1/2 de modo que formen progresión geométrica.

Sol: $r = 1/2$. 32, 16, 8, 4, 2, 1

- 55.- Intercalar 3 términos entre 5 y 405 de modo que formen progresión geométrica.

Sol: $r = 3$. 15, 45, 135

- 56.- En una P.G. $a_1 = 2$ y la razón $r = 3$, hallar el término a_5 y el producto de los cinco primeros términos.

Sol: $a_5 = 162$; $P = 1.889.568$

- 57.- Hallar tres números en progresión geométrica con $r > 0$, sabiendo que su suma es 31 y su producto 125.

Sol: 1, 5, 25 ($r=5$)

- 58.- Hallar el producto de los 7 primeros términos de una P.G. sabiendo que el central vale 5.

Sol: 78125

- 59.- Halla la suma de los cinco primeros términos de la progresión geométrica: 3, 6, 12, 24, ...

Sol: 93

ACTIVIDAD 7. POLINOMIOS

Monomio es el producto de un número por una o varias letras, donde al número se le llama **coeficiente** y a las letras **parte literal**. Decimos que el **grado de un monomio** es el número de letras de la parte literal.

coeficiente $\rightarrow 4x^2yz^3 \leftarrow$ parte literal grado = $2+1+3=6$

Son **monomios semejantes** aquellos que tienen la misma parte literal.

$$4x^2y^3 - 3x^2y^3 \quad x^2y^3 \quad xy^3x \quad 7y^3x^2$$

Polinomio es un conjunto de monomios. El **grado de un polinomio** es el mayor de los grados que los monomios que lo componen.

$$3x^2 + 7x^4 - 3 + 5x^3 - 8x \quad \text{grado} = 4$$

El **valor numérico** de un monomio o polinomio, se obtiene al sustituir las letras por números y calcular su valor, por ejemplo, por -1 ó por 0.

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5 \quad P(-1) = 2(-1)^2 - 3(-1) + 5 = 6 \quad P(0) = 5$$

1.- Completa la siguiente tabla:

Monomio	8a	-3x	a ² b	$\frac{2}{3}xy^2$	-m
Coeficiente				$\frac{1}{4}$	
Parte Literal				ab	
Grado					

2.- Opera las siguientes expresiones con monomios:

$$\begin{array}{lll} a) a+a & b) x+x+x & c) x^2+x^2 \\ d) 4a+a & e) m^3+2m^3+4m^3 & f) 3x^2+6x^2 \\ g) 4n^4-n^4 & h) 5c^5-7c^5+3c^5 & i) 5a^2-9a^2 \end{array}$$

Sol: a) 2a; b) 3x; c) 2x²; d) 5a; e) 7m³; f) 9x²; g) 3n⁴; h) c⁵; i) -4a²

3.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{lll} a) 3x^3-2x^3-x^3 & b) -2x^2+5x^2-4x^2 & c) -x^2-2x^2+5x^2 \\ d) x^4-\frac{2}{3}x^4+\frac{x^4}{2} & e) 2x-\frac{2}{3}x+\frac{x}{2} & f) \frac{2}{3}x^3+x^3-\frac{3}{2}x^3 \end{array}$$

Sol: a) 0; b) -x²; c) 2x²; d) 5/6 x⁴; e) 3x/2; f) x³/6

4.- Opera los siguientes monomios:

$$a) (3x) \cdot (5x) \quad b) (-a) \cdot (4a) \quad c) \frac{x^2}{2} \cdot \frac{x^3}{3}$$

16.- Transforma en producto las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{lll} a) 4x^2+8x+4 & b) x^2-6x+9 & c) 9x^2-36 \\ d) a^2-2a+1 & e) x^2+2xy+y^2 & f) a^2-16 \end{array}$$

Sol: a) (2x+2)²; b) (x-3)²; c) (3x+6)·(3x-6); d) (a-1)²; e) (x+y)²; f) (a+4)·(a-4)

17.- Considera los siguientes polinomios:

$$P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 4x - 2 \quad Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$$

$$R(x) = 2x^2 + 4x - 5 \quad S(x) = x^2 + 1$$

Calcula:

$$\begin{array}{lll} a) P(x)+Q(x) & b) 2 \cdot P(x)-3Q(x)+4 \cdot R(x) & c) 2 \cdot P(x) \cdot R(x) \\ d) 2 \cdot P(x) \cdot R(x) & e) 3[P(x) \cdot Q(x)]-2 \cdot S(x) & f) P(x) \cdot S(x)-R(x) \end{array}$$

a) 3x⁴-5x³-2x²+x-1; b) 6x⁴-15x³+14x²+33x-27; c) 12x⁶-78x⁴+76x³+24x²-56x+20
d) 9x⁷-36x⁶+9x⁵+74x⁴-48x³-26x²+30x-8; e) 3x⁶-6x⁵+3x⁴-2x³-4x²+3

18.- Realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{l} a) (x+1) \cdot (2x+3) - 2 \cdot (x^2+1) \\ b) (2x-5) \cdot (x+2) + 3x \cdot (x+2) \\ c) (x^2-3) \cdot (x+1) - (x^2+5) \cdot (x-2) \\ d) (4x+3) \cdot (2x-5) - (6x^2-10x-12) \\ e) 3 \cdot (2x-1)^2 - 3 \cdot (x^3+3x-6) \end{array}$$

Sol: a) 5x+1; b) 5x²+5x-10; c) 3x²-8x+7; d) 2x²-4x-3; e) -3x³+12x²-21x+21

7.- Reduce todo lo posible:

$$\begin{array}{ll} a) x^2+4+x^2+1 & f) (4x+2)-(3x+4) \\ b) 3x^2+4-x^2+2x-5 & g) (6x^2-x)-(3x^2-5x+6) \\ c) 10-3x+x^2-7-4x & h) (x-3)-(x^2+2x+1) \\ d) 5x^2-3-4x^2+1-2x & i) (x-5)-2(x^2-3x-1) \\ e) 3x+(3x-1) & j) 3 \cdot (2x-1)+4 \cdot (7x^2-6) \end{array}$$

Sol: a) 2x²+5; b) 2x²+2x-1; c) x²-7x+3; d) x²-2x-2; e) 6x-1;
f) x-2; g) 3x²+4x-6; h) -x²-x-4; i) -2x²+7x-3; j) 28x²+6x-27

8.- Calcula:

$$\begin{array}{ll} a) 3 \cdot (2x+5) & f) (2x-3) \cdot (x+4) \\ b) 7 \cdot (x^3-3x) & g) (4-x) \cdot (2x-1) \\ c) x^2 \cdot (5x-3) & h) 5x \cdot (x^2+x-3) \\ d) 3x^2 \cdot (x^2-2x) & i) (3x-2) \cdot (2x^2+4x-3) \\ e) (x^2+2x-3) \cdot (3x^3+5x^2-4) & j) (x^3-2x^2) \cdot (3x^6-2x^4) \end{array}$$

Sol: a) 6x+15; b) 7x³-21x; c) 5x³-3x²; d) 3x⁴-6x³; e) 3x⁵+11x⁴+x³-19x²-8x+12;
f) 2x²+5x-12; g) -2x²+9x-4; h) 5x³+5x²-15x; i) 6x³+8x²-17x+6; j) 3x⁹-6x⁸-2x⁷+4x⁶

9.- De estos polinomios, indica el grado y el valor numérico:

P(x)	Grado	P(0)	P(-2)	P(1)
8x ³ +5x ⁴ -3x+1				
2+3x-9x ² +5x ³				
3x-3x ² -2+9x ³				
Y+7y ² -4y				

10.- Simplifica las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{ll} a) 2x^3-5x^2+3-2-3x^3+x^2 & b) 2x-3x^2-2-(x^2+3x+4) \\ c) x^2-(2x+3)-(x^2+2x) & d) 5-3(x^2+1)+x(x+2) \\ e) x^2-3x+2-(x-x^2)+3x & f) x^2-x+2x^2-4+3x \end{array}$$

Sol: a) -3x²-4x+1; b) -4x²-x-6; c) -4x-3; d) -2x²+2x+2; e) 2x²-x+5; f) 3x²+2x-4

11.- Opera y simplifica:

$$\begin{array}{ll} a) 3x^3+x^2 \cdot (-x+3)-2x^3 & c) (2x^2+x+1) \cdot (x-2) \\ b) \frac{2}{3} \left(\frac{3x}{4} \right) (-3x) - \frac{4x^2+3}{2} & d) (x^2-2+3) \cdot (2x+1) \end{array}$$

Sol: a) 3x²; b) -7x²/2-3/2; c) 2x³-3x²-x-2; d) 2x³-3x²+8x-3

26.- Efectúa la siguiente operación:

$$(2x^3-4x^2+5x-3)^2 - (3x^3+4x^2-5x+1)^2$$

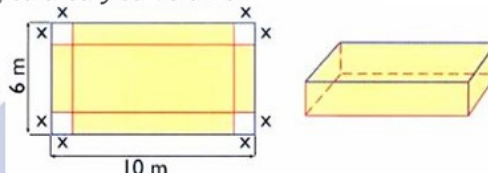
Sol: -5x⁶-40x⁵+50x⁴+18x³+16x²-20x+8

27.- Calcula:

$$[(2x^2-5x+3)(4x^2+2x-5)] \cdot 2x^3$$

Sol: 16x⁷-32x⁶-16x⁵+62x⁴-30x³

28.- Dada una caja sin tapa y su desarrollo, calcula en función de x, su área y su volumen



Sol: A(x)=60-4x²; V(x)=4x³-32x²+60x

29.- Saca factor común y luego simplifica:

$$\begin{array}{lll} a) \frac{5x+5}{3x+3} & b) \frac{x^2-3x}{2x-6} & c) \frac{x^2+x}{x^2-1} & d) \frac{12x}{4x^2+2x} \end{array}$$

Sol: a) 5/3; b) x/2; c) x/(x-1); d) 6/(2x-1)

30.- Recuerda los productos notables, descompón en factores y simplifica:

ACTIVIDAD 8. FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Descomponer en factores un polinomio es expresarlo como producto de otros polinomios.

- 🍏 Empezamos sacando factor común siempre que sea posible.
- 🍏 Se identifican las identidades notables.
- 🍏 Se buscan divisores de la forma $x - a$, tales que, a sea divisor del término independiente.

Teorema del Resto: El resto de la división de un polinomio $P(x)$, entre un binomio de la forma $(x-a)$ coincide con el valor numérico de dicho polinomio para $x = a$.

$$R = P(a)$$

Teorema del Factor: Si $x = a$ es una raíz del polinomio $P(x)$, dicho polinomio es divisible por $x - a$, o lo que es lo mismo, $(x - a)$ es un factor de $P(x)$.

$$P(x) = (x - a) \cdot C(x)$$

01)	$x^3 + 8x^2 + 15x$	18)	$2x^3 + 4x^2 - 10x - 12$	35)	$2x^3 - 10x^2 + 14x - 6$
02)	$x^3 - 7x^2 + 16x - 12$	19)	$x^3 - 3x^2 - x + 3$	36)	$3x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 8x + 4$
03)	$x^3 + 3x^2 - 10x$	20)	$x^3 - 5x^2 + 8x - 4$	37)	$x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 36x - 27$
04)	$2x^3 - 8x^2 + 2x + 12$	21)	$x^3 + 3x^2 - 4$	38)	$x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$
05)	$x^4 - 5x^2 + 4$	22)	$2x^3 - x^2 - 25x - 12$	39)	$7x^4 - 28x^3 + 21x^2 + 28x - 28$
06)	$x^4 - x^3 - x^2 + x$	23)	$x^3 - 5x^2 + 7x - 3$	40)	$2x^4 - 13x^3 + 27x^2 - 23x + 7$
07)	$x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24$	24)	$x^3 - 2x^2 - 4x + 8$	41)	$2x^4 + 3x^3 - x$
08)	$x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 3x^2$	25)	$x^3 + 4x^2 - x - 4$	42)	$2x^4 - 2x^3 - 22x^2 + 10x + 60$
09)	$x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$	26)	$3x^3 + 6x^2 - 45x - 108$	43)	$4x^4 - 28x^2 + 49$
10)	$3x^3 + 3x^2 - 18x$	27)	$9x^2 - 25$	44)	$2x^4 + 12x^3 + 26x^2 + 24x + 8$

SOLUCIONES		13)	$(x+2) \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-3)$	26)	$3 \cdot (x-4) \cdot (x+3)^2$	39)	$7 \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2)^2$
01)	$x \cdot (x+3) \cdot (x+5)$	14)	$2 \cdot (x-1) \cdot (2x^3 - x^2 - x - 1)$	27)	$(3x+5) \cdot (3x-5)$	40)	$(x-1)^3 \cdot (2x-7)$
02)	$(x-2)^2 \cdot (x-3)$	15)	$(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2)$	28)	$(6x^3 - 7x^2) \cdot (6x^3 + 7x^2)$	41)	$x \cdot (x+1)^2 \cdot (2x-1)$
03)	$x(x-2) \cdot (x+5)$	16)	$(x-1)^2 \cdot (x-2)$	29)	$(11-5x^4) \cdot (11+5x^4)$	42)	$(x+2) \cdot (x-3) \cdot (x-\sqrt{5}) \cdot (x+\sqrt{5})$
04)	$2(x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$	17)	$(x+2)^2 \cdot (x-2)$	30)	$3 \cdot (x+1)^2 \cdot (x^2+1)$	43)	$(2x^2-7)^2$
05)	$(x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x+2)$	18)	$2 \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x+3)$	31)	$(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x^2+2)$	44)	$2 \cdot (x+1)^2 \cdot (x+2)^2$
06)	$(x-1)^2 \cdot (x+1) \cdot x$	19)	$(x-3) \cdot (x-1) \cdot (x+1)$	32)	$(3x-1) \cdot (x+5)$	45)	$(x-1)(x-2)(x-3)(x+1)(x+2)(x+3)$
07)	$(x-1)(x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+4)$	20)	$(x-2)^2 \cdot (x-1)$	33)	$x \cdot (x^2+5x+8)$	46)	$(x-1) \cdot (x+2)^2 \cdot (x+3)$
08)	$x^2(x-1)^2 \cdot (x-3)$	21)	$(x+2)^2 \cdot (x-1)$	34)	$2x^3 \cdot (2x-1) \cdot (x+1)$	47)	$(x+3)^2 \cdot (x+2)^2$
09)	$(x^2+2) \cdot (x+2) \cdot (x+1)$	22)	$(x+3) \cdot (x-4) \cdot (2x+1)$	35)	$2 \cdot (x-1)^2 \cdot (x-3)$	48)	$x \cdot (x+1)^2 \cdot (x-1)^2$
10)	$3x \cdot (x-2) \cdot (x+3)$	23)	$(x-1)^2 \cdot (x-3)$	36)	$(3x+1) \cdot (x+2) \cdot (x-2) \cdot (x-1)$	49)	$x^2 \cdot (x-1)^2 \cdot (x+2)^2$
11)	$(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x^2+1)$	24)	$(x-2)^2 \cdot (x+2)$	37)	$(x-3)^2 \cdot (x+3) \cdot (x-1)$	50)	$(x+1)^2(x-2) \cdot (x+3)$
12)	$2x \cdot (x+2) \cdot (x-3)$	25)	$(x+4) \cdot (x-1) \cdot (x+1)$	38)	$(x+3)^2 \cdot (x-1)^2$	51)	$10 \cdot (x-\sqrt{3})^2 \cdot (x+\sqrt{3})^2$

SEGUNDA PRUEBA:**ACTIVIDAD 9. ECUACIONES DE PRIMER GRADO Y 2º GRADO****Pasos para la resolución:**

- 1) Suprimimos signos de colección o agrupación (paréntesis o corchetes). ¡¡ Ojo si hay un signo – delante !!
- 2) Hacemos transposición de términos escribiendo los que tienen X en uno de los miembros y los que no en el otro miembro de la ecuación. ¡¡ Lo positivo pasa negativo y lo negativo positivo !!
- 3) Efectuamos reducción de términos semejantes en cada miembro. ¡¡ X con X y números con números !!
- 4) Despejamos la incógnita. ¡¡ Lo que multiplica pasa dividiendo y lo que divide multiplicando !!

- | | |
|--|---|
| 1. $8x - 5x = x + 8$ | 35. $2x - 3(5x + 6) + 10 = 5(x - 3) - 4x$ |
| 2. $5x - 7 = 2 - 4x$ | 36. $3(1 - 4x) + 7 = 5 - (8x + 7)$ |
| 3. $4x + 7 - x = 5 + 2x$ | 37. $12 - 5(3 - 2x) = 8x - 3(x + 1) + 5x$ |
| 4. $3x + 6 = 2x + 13$ | 38. $x - (3 - x) = 7 - (x - 2)$ |
| 5. $3x + x + 4 = 2x + 10$ | 39. $3x - (1 + 5x) = 9 - (2x + 7) - x$ |
| 6. $8 - x = 3x + 2x + 5$ | 40. $(2x - 5) - (5x + 1) = 8x - (2 + 7x)$ |
| 7. $6x - 9 + 3x - 2 - 5x = x - 6 - 3x + 1$ | 41. $9x + (x - 7) = (5x + 4) - (8 - 3x)$ |
| 8. $12x - 7 + x - 5 = 11x - 10 + x$ | 42. $2(x + 5) = 16$ |
| 9. $18x + 15 + 5x - 9 - 7x = 9x - 8$ | 43. $5 = 3(1 - 2x)$ |
| 10. $7x - 3 + 5x - 4 = 8x - 5 - x$ | 44. $5(x - 1) = 3x - 4$ |
| 11. $10x + 1 - 7x = 5x - 5 + 4x$ | 45. $5x - 3 = 3 - 2(x - 4)$ |
| 12. $2x - 5 - 7x + 1 = 4x - 6x + 11$ | 46. $10x - (4x - 1) = 5(x - 1) + 7$ |
| 13. $2 - 13x = 6x + 1 + x - 9$ | |
| 14. $2x + 5 - 3x = x + 19$ | |
| 15. $7x - 2x = 2x + 1 + 3x$ | |
| 16. $11 + 2x = 6x - 3 + 3x$ | |

SOLUCIONES

1. $x = 4$
2. $x = 1$
3. $x = -2$
4. $x = 7$
5. $x = 3$
6. $x = 1/2$
7. $x = 1$
8. $x = 2$
9. $x = -2$
10. $x = 2/5$
11. $x = 1$
12. $x = -5$
13. $x = 1/2$
14. $x = -7$
15. No sol
16. $x = 2$
17. $x = -4$
18. Identidad
19. $x = -1/2$
20. No sol
21. $x = 1/3$
22. $x = -1$
23. $x = -1/6$
24. $x = 2$
25. $x = -1/2$

Pasos para la resolución:

- 5) Aquí seguimos el mismo orden de los pasos, pero sin olvidarnos antes de hacer el mínimo común múltiplo para pasar a común denominador. ¡¡Ojo si hay un signo – delante de alguna fracción!!

- | | |
|--|--|
| 1. $\frac{x}{5} + 1 = 7$ | 21. $\frac{x+5}{8} - \frac{x-1}{10} = -\frac{x+1}{12}$ |
| 2. $\frac{3x}{5} + 10 = x$ | 22. $\frac{x-4}{3} - \frac{5x-1}{2} = \frac{2x+1}{6}$ |
| 3. $\frac{x}{3} - \frac{7}{2} = \frac{5}{2}$ | 23. $\frac{2x-4}{3} - \frac{3x+6}{2} = x - 2$ |
| 4. $\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} = \frac{x}{6}$ | 24. $\frac{3x}{4} + 3x = 3\left(\frac{x}{2} - 1\right)$ |
| 5. $\frac{x-5}{3} = \frac{x-5}{2}$ | 25. $\frac{2(x-3)}{3} - \frac{6(2-x)}{5} = 0$ |
| 6. $\frac{2x-5}{5} = \frac{1+2x}{2}$ | 26. $\frac{2(3-x)}{3} - \frac{4(x-2)}{5} = 8$ |
| 7. $\frac{x-5}{2} = \frac{8-x}{4}$ | 27. $\frac{2(x+3)}{9} - \frac{4x-9}{15} = 1$ |
| 8. $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} - \frac{3x}{7} = 38$ | 28. $2(x-7) - \frac{x+3}{4} = x - 5$ |
| 9. $\frac{2x}{5} - x = 12 - 3x$ | 29. $\frac{3(x-1)}{2} - \frac{5(3-x)}{4} = 2x$ |
| 10. $\frac{2x-7}{3} + 3 = 1 - x$ | 30. $\frac{2(x-2)}{3} - x + 2 = \frac{3(-x-2)}{5}$ |
| 11. $\frac{x}{2} + x - 21 = \frac{x}{4} + \frac{x}{5}$ | 31. $\frac{1}{3} - \frac{4(x-5)}{3} - \frac{3x}{4} = \frac{1}{2} - \frac{2(x+3)}{3}$ |
| 12. $\frac{x}{2} - \frac{3x}{4} = 5 - \frac{2x}{3}$ | 32. $\frac{x}{5} - 2\left(\frac{x}{7} - \frac{1}{5}\right) = 3x$ |

SOLUCIONES

1. $x = 30$
2. $x = 25$
3. $x = 18$
4. Identidad
5. $x = 5$
6. $x = -5/2$
7. $x = 6$
8. $x = 140$
9. $x = 5$
10. $x = 1/5$
11. $x = 20$
12. $x = 12$
13. $x = 7$
14. $x = -4/11$
15. $x = 2/3$
16. $x = 13/71$
17. $x = -22/7$
18. $x = 41$
19. $x = 24$
20. $x = 180/13$
21. $x = -97/13$
22. $x = -2/5$
23. $x = -14/11$
24. $x = -4/3$
25. $x = 33/14$
26. $x = -3$
27. $x = 6$
28. $x = 13$
29. $x = 7$
30. $x = -7$
31. $x = 6$
32. $x = 7/54$
33. $x = -4$
34. $x = 4/11$
35. $x = -2$
36. $x = 195/34$
37. $x = -35/81$
38. $x = -12$
39. $x = 38$

<p>Son de la forma:</p> $ax^2 + bx + c = 0$ <p>y su solución se calcula utilizando los coeficientes a, b y c mediante:</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <p>$\Delta = b^2 - 4ac$ $\begin{cases} = 0 \text{ una solución} \\ > 0 \text{ dos Soluciones} \\ < 0 \text{ Sin solución} \end{cases}$</p>	<p>Ecuación</p> $x^2 - 7x + 12 = 0$	<p>x_1</p> 3	<p>x_2</p> 4	<p>Ecuación</p> $3x^2 - 39x = -108$	<p>x_1</p> 4	<p>x_2</p> 9	<p>Ecuación</p> $x^2 + 10x + 25 = 0$	<p>x_1</p> -5	<p>x_2</p>
	$x^2 - 5x + 6 = 0$	2	3	$3x^2 + 2x = 8$	-2	4/3	$x^2 - 6x + 8 = 0$	4	2
	$x^2 - 6x - 27 = 0$	-3	9	$5x^2 + 1 = 6x$	1/5	1	$x^2 - x = 20$	-4	5
	$x^2 + 6x = -9$	-3		$6x^2 - 6 = 5x$	2/3	3/2	$2x^2 - 5x + 3 = 0$	1	3/2
	$x^2 - 9x + 14 = 0$	2	7	$x^2 = 2x + 3$	-1	3	$x^2 + 9 = 10x$	1	9
	$2x^2 + 10x - 48 = 0$	3	-8	$x^2 - 9x + 18 = 0$	3	6	$2x^2 - 9x + 9 = 0$	3	3/2
	$x^2 = 5x + 6$	6	-1	$x^2 + 8x + 15 = 0$	-5	-3	$4x^2 + 12x + 9 = 0$	-3/2	
	$2x^2 + 7x + 6 = 0$	-2	3/2	$4x^2 + 3 = 8x$	1/2	3/2	$x^2 - 7x - 120 = 0$	-8	15
	$3x^2 - 16x + 5 = 0$	5	1/3	$x^2 - 18x + 80 = 0$	10	8	$7x^2 - 16x + 9 = 0$	1	9/7
	$x^2 - 4x - 96 = 0$	12	-8	$x^2 - 17x + 52 = 0$	4	13	$x^2 + 4ax - 12a^2 = 0$	2a	-6a
	$4x^2 + 4x = 3$	1/2	3/2	$x^2 - 6x + 9 = 0$		3	$6x^2 + 1 = 5x$	1/3	

<p>Si en la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ alguno de los coeficientes b o c es nulo, se dice que es una ecuación incompleta y se resuelven directamente:</p> <p>✓ si $b = c = 0$, la ecuación queda $ax^2 = 0$ y su solución es $x = 0$</p> <p>✓ si $b = 0$, la ecuación queda $ax^2 + c = 0$;</p> <p>y sus soluciones son: $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$</p> <p>✓ si $c = 0$, la ecuación queda $ax^2 + bx = 0$;</p> <p>y sus soluciones son: $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$</p>	<p>Ecuación</p> $2x^2 = 0$	<p>x_1</p> 0	<p>x_2</p>	<p>Ecuación</p> $x^2 - 9 = 0$	<p>x_1</p> 3	<p>x_2</p> -3
	$x^2 - 1 = 0$	1	-1	$4x^2 - 9 = 0$	3/2	-3/2
	$3x^2 - 4 = 28 + x^2$	4	-4	$x^2 - 9x = 0$	0	9
	$1 - 4x^2 = -8$	3/2	-3/2	$x^2 + 11x = 0$	0	-11
	$(x - 5) \cdot (x + 1) + 5 = 0$	0	4	$(x - 2) \cdot (x - 3) = 6$	0	3
	$x^2 - x = 0$	0	1	$4x^2 - 16 = 0$	2	-2
	$x^2 + 2x = 0$	0	-2	$6x^2 + 42x = 0$	0	-7
	$8x^2 - 16x = 0$	0	2	$x^2 + ax = 0$	0	-a
	$x^2 - 6 = 10$	4	4	$2x^2 - 6x = 0$	0	3
	$(x + 4)^2 + (x - 3)^2 = (x + 5)^2$	0	8	$(x + 3)^2 - 8x - 9 = 0$	0	2
$(3x - 2)(3x + 2) = 77$	3	-3	$(x - 2) \cdot (x + 5) = 9x + 10$	0	6	
	$(x + 13)^2 = (x + 12)^2 + (x - 5)^2$	0	12	$3x + \frac{54}{2x + 3} = 18$	0	9/2

ACTIVIDAD 10. PROBLEMAS DE ECUACIONES

Algoritmo de resolución de Problemas de Ecuaciones:

- Lectura y comprensión del enunciado
- Traducción del problema al lenguaje algebraico.
- Planteamiento de la Ecuación.
- Resolución de la ecuación con precisión.
- Evaluación e interpretación de los resultados con los datos del enunciado.

Problemas de Números

- Tres números consecutivos suman 51, ¿Cuáles son esos números?
Solución: 16, 17 y 18
- Calcula el número que sumado con su anterior y con su siguiente da 114.
Solución: 38
- Calcula el número que se triplica al sumarle 26.
Solución: 13
- Halla un número cuyo triple menos 5 sea igual a su doble más 3.
Solución: 8

Si a un número le sumo su triple y le resto 20, me quedan el 28. ¿Cuál es el número?

Si llamamos x al número, su triple será 3x, y ya podemos plantear la ecuación:

Ya podemos plantear la ecuación:

$$x + 3x - 20 = 28$$

Cuya solución es:

$$x + 3x - 20 = 28 \rightarrow x + 3x = 28 + 20$$

$$4x = 48 \rightarrow x = \frac{48}{4} = 12 \rightarrow x = 12$$

Por tanto el número es el 12.

- Halla un número que sumado a su doble da 48.
Solución: 16
- Halla un número que multiplicado por 3, sumándole luego 10, multiplicando lo obtenido por 5, agregándole 10 y multiplicando finalmente el resultado por 10 da 750. ¿Qué número es?
Solución: 1
- Encontrar dos números que sumados den 204 y tales que uno de ellos es 16 unidades mayor que el otro.
Solución: 94, 110.
- Si al doble de un número le sumamos su tercera parte obtenemos 14, ¿Cuál es dicho número?
Solución: El 6.
- La suma de 4 números naturales consecutivos es igual a siete veces el menor de ellos. ¿Cuáles son esos números?
Solución: Los números son el 2 el 3 el 4 y el 5.

18.- Rosa tiene 25 años menos que su padre, Juan, y 26 años más que su hijo Alberto. Si entre los tres suman 98 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?

Solución: Rosa tiene 33 años, Juan tiene 58 y Alberto 13.

19.- El doble de la edad que tenía hace cinco años es 80. ¿Cuál es mi edad actualmente?

Solución: 45

20.- Si Elena es tres años menor que Lucio, y este es uno mayor que Berta, y entre los tres suman 41 años, ¿Qué edad tiene cada uno?

Solución: Berta 14 años, Lucio 15 y Elena 12 años

21.- Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años?

Solución: 16 años

22.- Una mamá tiene el cuádruplo de la edad de su hijo, y dentro de cinco años, tendrá el triple de años que él. ¿Qué edad tienen?

Solución: Mamá: 40 años, hijo: 10 años.

23.- Las edades de dos hermanos suman 38 años. Calcularlas, sabiendo que la edad de uno es superior en 8 años a la edad del otro.

Solución: 15 y 23 años

24.- La suma de las edades de tres hijos es igual a la edad de su madre. Si la madre tiene 48 años, y cada uno de los hijos tiene 2 años más que el anterior, ¿cuáles son sus edades?

Solución: 14, 16 y 18 años tienen los hijos.

La edad actual de Sergio es el doble que la de su hermana Raquel, pero hace 10 años la edad de Sergio era el triple que la de Raquel. ¿Cuántos años tienen actualmente cada uno?

Si llamamos x a la edad de Raquel y recogemos los datos en una tabla:

	Edad Actual	Hace 10 años
Raquel	x	x-10
Sergio	2x	2x-10

Ya podemos plantear la ecuación:

$$\underbrace{2x - 10}_{\text{Hace 10 años la edad de Sergio}} = 3 \underbrace{(x - 10)}_{\text{Será el triple de la edad de Raquel}}$$

Cuya solución es:

$$2x - 10 = 3(x - 10) \rightarrow 2x - 10 = 3x - 30$$

$$2x - 3x = -30 + 10 \rightarrow -x = -20 \rightarrow x = 20$$

Por tanto la edad actual de Raquel es 20 años y la de Sergio es 40.

Si comprobamos vemos que hace 10 años, Raquel tenía 10 años y Sergio 30 años que es su triple.

25.- La suma de las edades actuales de Sara y su hermano Ghali es 20. Dentro de 7 años la diferencia entre la edad de Ghali y la de Sara será igual a la edad actual de Sara menos 1. Calcula sus edades actuales.

Sol: Ghali 13 años y Sara 7.

ACTIVIDAD 11. SISTEMAS DE ECUACIONES

2.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de sustitución:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 5y = -7 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 7y = 1 \end{cases} \\
 x=2, y=-1 & x=3, y=2 & x=2, y=1 & x=-2, y=1 \\
 \text{e)} \begin{cases} 7x + 2y = 4 \\ 5x + y = 1 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ -4x - 4y = -4 \end{cases} \\
 x=\frac{2}{3}, y=\frac{13}{3} & \text{S.I.} \\
 \text{g)} \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} \frac{x}{2} + 3y = 11 \\ 2x - \frac{y}{3} = 7 \end{cases} & \text{i)} \begin{cases} y = 5 \\ \frac{4x}{3} + \frac{2y}{5} = 6 \end{cases} & \text{j)} \begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x - y = 9 \end{cases} \\
 x=\frac{21}{4}, y=\frac{13}{2} & x=4, y=3 & x=3, y=5 & x=1, y=-3 \\
 \text{k)} \begin{cases} 2x + 25 = 3y \\ 2x - \frac{y}{2} = \frac{25}{2} \end{cases} & \text{l)} \begin{cases} \frac{3x}{2} = -3 + 2y \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 2 \end{cases} \\
 x=10, y=15 & x=\frac{10}{7}, y=\frac{18}{7}
 \end{array}$$

3.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de igualación:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 13 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 6y = -1 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 \\ \frac{x}{4} - y = -\frac{1}{4} \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \\
 x=4, y=5 & x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{4} & x=1, y=\frac{1}{2} & x=\frac{6}{5}, y=\frac{7}{5} \\
 \text{e)} \begin{cases} x + \frac{3y}{4} = 3 \\ x - \frac{y}{2} = 5 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} \frac{x-y}{2} - \frac{x+y}{2} = 2 \\ -3x + 10y = 16 \end{cases} \\
 x=\frac{21}{5}, y=\frac{8}{5} & x=-12, y=-2 \\
 \text{g)} \begin{cases} x - 3y = -8 \\ x + 2y = 17 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases} & \text{i)} \begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases} & \text{j)} \begin{cases} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases} \\
 x=7, y=5 & x=2, y=3 & x=-2, y=-3 & x=0, y=-7 \\
 \text{k)} \begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases} & \text{l)} \begin{cases} 4(x-3) + y = 0 \\ 3(x+3) - y = 18 \end{cases} \\
 x=\frac{1}{5}, y=\frac{1}{3} & x=3, y=0
 \end{array}$$

4.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de reducción:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 3 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 3x - 2y = 13 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 3x - 4y = 3 \\ 5x + 4y = 11 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 5x + 4y = 11 \end{cases} \\
 x=-2, y=3 & x=3, y=-2 & x=\frac{7}{4}, y=\frac{9}{16} & x=3, y=-1 \\
 \text{e)} \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases} \\
 x=2, y=1 & x=2, y=-4 \\
 \text{g)} \begin{cases} -3x + y = 0 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} & \text{i)} \begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 40 \end{cases} & \text{j)} \begin{cases} x - y = 5 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 0 \end{cases} \\
 x=1, y=3 & x=3, y=2 & x=4, y=-5 & x=2, y=-3 \\
 \text{k)} \begin{cases} \frac{2y}{5} - \frac{x}{3} = \frac{1}{15} \\ 15x - 15y = 2 \end{cases} & \text{l)} \begin{cases} \frac{x}{10} + \frac{y}{2} = 1 \\ 25 + 2y = 3x \end{cases} \\
 x=\frac{9}{5}, y=\frac{5}{3} & x=\frac{145}{17}, y=\frac{5}{17}
 \end{array}$$

Pasos a seguir para la resolución de Problemas:

- Lee y, sobre todo, comprende el problema.
- Traduce el enunciado al lenguaje algebraico, ayudándote de una tabla o dibujo y plantea el sistema.
- Realiza razonadamente las operaciones necesarias sin olvidar el orden en su prioridad para resolver el sistema.
- Evaluar e interpretar los resultados.

1.- María ha adquirido 2 camisetas y un pantalón por un total de 22 euros, y Pedro ha pagado 39 euros por 3 camisetas y 2 pantalones. ¿Cuál es el precio de cada uno de los artículos por separado?

Solución: Camiseta 5€ y pantalón 12€

2.- Un librero vende 125 libros a dos precios distintos, unos a los vende a 15 € cada uno y otros a 12 €. Si obtiene 1.680 € por la venta, ¿cuántos libros vendió de cada clase?

Solución: 60 libros a 15 € y 65 a 12 €.

3.- Calcula dos números, tales que su suma sea 16 y su diferencia sea 4.

Solución: 10 y 6.

4.- La suma de las cifras de un número menor que 100 es 12. Si se permutan las cifras, el nuevo número supera al anterior en 18 unidades. Hallar el número.

Solución: 57.

5.- El triple de un número más la mitad de otro suman 10, y si sumamos 14 unidades al primero de ellos, obtenemos el doble del segundo. Halla dichos números.

Solución: 2 y 8.

6.- En mi clase hay 30 alumnos. Hoy es el cumpleaños de Marta y regala 2 piruletas de fresa a cada chica y 1 de limón a cada chico. Si en total ha repartido 49 piruletas ¿cuántos chicos y chicas hay en mi clase?

Sol. 19 chicas y 11 chicos.

15.- He comprado un cuaderno que costaba 3 € utilizando 9 monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Solución: 5 monedas de 20 y 4 de 50 céntimos.

16.- En la granja se envasan 300 L de leche en 120 botellas de 2 y 5 L. ¿Cuántas botellas de cada clase se van a utilizar?

Solución: 100 botellas de 2 L y 20 botellas de 5 L.

17.- Tengo 30 monedas. Unas son de cinco céntimos y otras son de un céntimo. ¿Puedo tener en total 78 céntimos?

Solución: Si.

18.- En una lucha entre moscas y arañas intervienen 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había de cada clase? (Recuerda que las moscas tienen 6 patas y las arañas 8 patas).

Solución: 30 moscas y 12 arañas.

19.- La suma de las edades de mi abuelo y mi hermano es de 56 años. Si mi abuelo tiene 50 años más que mi hermano, ¿qué edades tienen cada uno de ellos?

Solución: 53 años el abuelo y 3 mi hermano.

20.- Tengo 52 monedas. Unas son de cincuenta céntimos y otras de 1 €. ¿Podría tener en total 32 € exactamente?

Sol. 40 de 50 céntimos y 12 de 1 €.

21.- Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 7,80 euros. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,20 euros. ¿A cómo está el kilo de plátanos, y el de peras?

Solución: 1,20 € los plátanos y 1,80 € el kilo de peras.

Un librero ha vendido 45 libros, unos a 32 € y otros a 28 €. Si por la venta de todos ellos obtuvo 1.368 €, ¿Cuántos libros de cada clase vendió?

Si llamamos x a los libros de 32€ y a los de 28 €.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{Ecuación libros: } x + y = 45 & \text{Por sustitución} & \begin{cases} y = 45 - x \\ 32x + 28(45 - x) = 1.368 \end{cases} \\
 \text{Ecuación euros: } 32x + 28y = 1.368 & \rightarrow &
 \end{array}$$

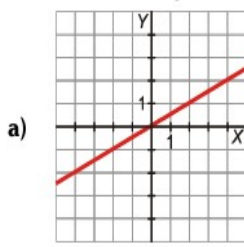
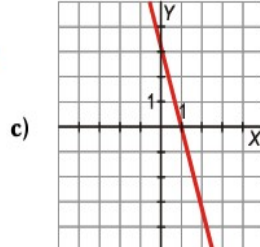
$$32x + 1260 - 28x = 1360 \rightarrow 4x = 108 \rightarrow x = 27 \rightarrow y = 18$$

Por tanto vendió 27 libros a 32 € y 18 libros a 28 €.

22.- Las edades tienen el triple de edad que su hijo. Si el padre

ACTIVIDAD 12. FUNCIONES

20.- Di cuál es la pendiente de cada una de estas rectas:

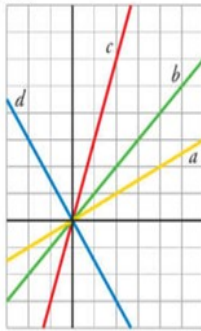
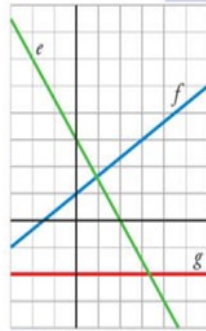


b) $y = \frac{4x-1}{2}$

d) $2x + 3y = 4$

Sol: a) 1/2; b) -3; c) 2; d) -2/3

21.- Escribe la ecuación de cada una de las siguientes funciones:

Sol: a) $y = \frac{x}{2}$; b) $y = x$; c) $y = 3x$; d) $y = -\frac{3}{2}x$; e) $y = -\frac{3}{2}x + 3$; f) $y = \frac{2}{3}x + 1$; g) $y = -2$

22.- Representa gráficamente estas rectas:

a) $y = -2x + 1$ b) $y = \frac{3}{2}x - 1$ c) $y = -1$ d) $y = -\frac{3}{5}x - 1$

23.- Despeja y en cada caso y representa gráficamente:

a) $x + 2y + 1 = 0$ b) $2y = 2$ c) $3x + 4y = 12$

24.- Escribe la ecuación de una recta paralela al eje Y que pase por (-3, 1). La recta obtenida, ¿corresponde a una función?

Sol: $x = -3$. No, porque para $x = -3$ hay infinitos valores de "y".25.- Sea la recta: $y = \frac{2x-3}{5}$; a) Indica su pendiente y explica, sin dibujarla, si es creciente o decreciente. b) Escribe la ecuación de la recta con la misma pendiente pero que pase por (0,0).Sol: a) $m = 2/5$; b) $y = 2/5x$

26.- Halla la ecuación de cada una de estas rectas:

a) Paralela al eje OX y que pasa por el punto P(4,5).

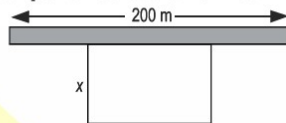
b) Pasa por los puntos A(15,10) y B(8,-6).

Sol: a) $y = 5$; b) $16x - 7y = 170$

27.- Halla la ecuación de cada una de las siguientes rectas: a) Tiene pendiente -2 y corta al eje Y en el punto (0,3). b) Pasa por los puntos M(4,5) y N(2,-3).

Sol: a) $y = -2x + 3$; b) $y = 4x - 11$

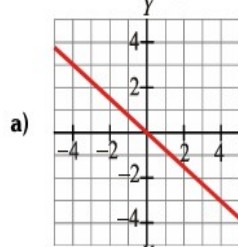
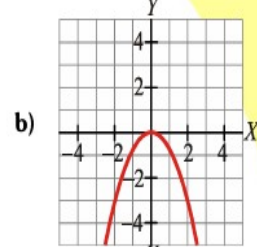
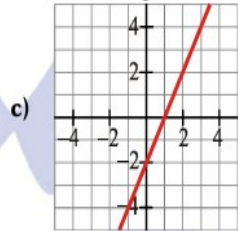
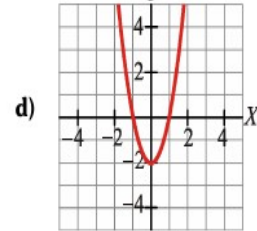
28.- Con 200 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared: a) Llama x a uno de los lados de la valla. ¿Cuánto valen los otros dos lados? b) Construye la función que nos da el área del recinto.

Sol: a) Uno x y el otro $200 - 2x$; b) $A = 200x - 2x^2$

29.- Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra 25 € por la visita, más 20 € por cada hora de trabajo. a) Escribe la ecuación de la recta que nos da el dinero que debemos pagar en total, y, en función del tiempo que esté trabajando, x. b) Representala gráficamente. c) ¿Cuánto pagaríamos si hubiera estado 3 horas?

Sol: a) $Y = 25 + 20x$; c) Si $x = 3$ horas, $y = 85$ €

30.- Asocia cada gráfica con su ecuación:



1) $y = \frac{-3x^2}{4}$

2) $y = \frac{-3x}{4}$

3) $y = 2x^2 - 2$

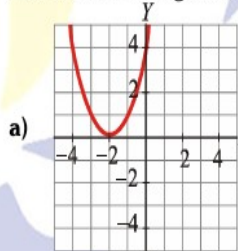
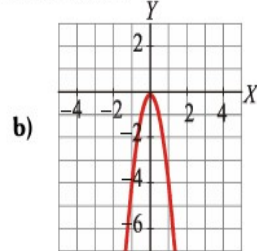
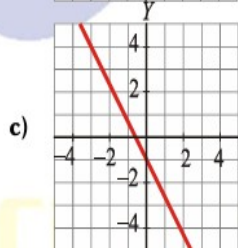
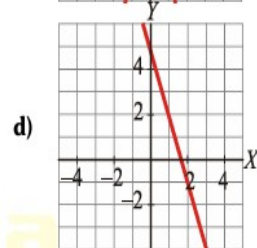
4) $y = 2x - 2$

Sol: a) 2; b) 1; c) 4; d) 3

31.- Escribe la ecuación de una recta paralela al eje Y que pase por (-3, 1). La recta obtenida, ¿corresponde a una función?

Sol: $x = -3$. No corresponde a una función porque para el valor $x = -3$ hay infinitos valores de "y".

32.- Asocia cada gráfica con su ecuación:



1) $y = -3x + 5$

2) $y = (x+2)^2$

3) $y = \frac{5}{3}x - 1$

4) $y = -4x^2$

Sol: a) 2; b) 4; c) 3; d) 1

La función que relaciona cada hora con su temperatura ambiental no tiene expresión algebraica. Razónalo. ¿Puedes poner otro ejemplo de función similar?

No tiene expresión algebraica porque la temperatura no es predecible en función del tiempo. Otro ejemplo sería la función que relaciona la edad con el peso de una persona.

33.- Dada la recta: $y = -7x + 6$, halla: a) Dominio y recorrido, b) Pendiente y ordenada en el origen, c) Puntos de corte con los ejes, d) Indica si es creciente o decreciente y señala por qué. e) Pertenece a ella el punto A(-30,216) y el punto B(10,76)? f) Si consideramos la recta $y = 2x + 2$, ¿qué posición tiene esta recta respecto a la recta anterior? Si se cortan, hallar el punto de corte.

g) Pon dos ejemplos de funciones paralelas a la función del principio. h) Representala gráficamente.

Sol: a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Rec}(f) = \mathbb{R}$; b) $m = -7$; $n = 6$; c) (0,6) y (6/7,0) d) Decre; e) A Si, B no; f) Secantes en (4/9,26/9) g) $y = -7x$; $y = -7x - 7$

ACTIVIDAD 13. ESTADÍSTICA

4. Las puntuaciones obtenidas por un grupo en una prueba han sido:
15, 20, 15, 18, 22, 13, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 16, 20, 16, 15, 18, 16, 14, 13.

Construir la tabla de distribución de frecuencias y dibuja el polígono de frecuencias y su diagrama de barras.

5. El número de estrellas de los hoteles de una ciudad viene dado por la siguiente serie:

3, 3, 4, 3, 4, 3, 1, 3, 4, 3, 3, 3, 2, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 1.

Construir la tabla de distribución de frecuencias y dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.

6. Las calificaciones de 50 alumnos en Matemáticas han sido las siguientes:

5, 2, 4, 9, 7, 4, 5, 6, 5, 7, 7, 5, 5, 2, 10, 5, 6, 5, 4, 5, 8, 8, 4, 0, 8, 4, 8, 6, 6, 3, 6, 7, 6, 6, 7, 6, 7, 3, 5, 6, 9, 6, 1, 4, 6, 3, 5, 5, 6, 7.

Construir la tabla de distribución de frecuencias y dibuja el diagrama de barras y su polígono de frecuencias.

En los ejercicios 4, 5 y 6, calcular :

- La media aritmética, la mediana y la moda.
- La varianza y la desviación típica.
- Realizar una representación gráfica adecuada para cada variable.

17. El número de faltas de ortografía que ha cometido cada uno de los 30 alumnos de un grupo de 3º de E.S.O. en la redacción de un comentario ha sido:

0, 1, 2, 3, 4, 1, 0, 2, 1, 3, 4, 2, 0, 1, 3, 1, 2, 0, 1, 1, 4, 0, 1, 2, 3, 0, 4, 1, 0, 2

Hallar:

- Cuál es la variable estadística .Clasificarla.
- Construir la tabla de frecuencias.
- Hallar la media, mediana, moda.
- Hallar la varianza y desviación típica.
- Realizar una representación gráfica de esta variable.

19.- En un control de velocidad en carretera se obtuvieron los siguientes datos:

Velocidad (Km/ h)	N.º de coches
60-70	5
70-80	15
80-90	27
90-100	38
100-110	23
110-120	17

- Haz tabla de frecuencias.
- Calcula la media y desviación típica.
- ¿Qué porcentaje circula a más de 90 Km. / h?

10. Calcular la media, la mediana y la moda de la siguiente serie de números: 5, 3, 6, 5, 4, 5, 2, 8, 6, 5, 4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5, 4.

11 Hallar la varianza y la desviación típica de la siguiente serie de datos:

12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5.

12 Hallar la media, mediana y moda de la siguiente serie de números:

3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6.

13. Hallar la desviación media, la varianza y la desviación típica de la series de números siguientes:

2, 3, 6, 8, 11.

12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5.

14 Se ha aplicado un test a los empleados de una fábrica, obteniéndose la siguiente tabla:

	f
--	---

MODELO DEL PRIMER PARCIAL DE PENDIENTES

- 1) (10p) Opera simplificando al máximo sin usar la calculadora:

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2}\right) : \frac{1}{2} + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$$

- 2) (10p) Realiza las siguientes operaciones con potencias sin usar la calculadora:

$$\frac{3^3 \cdot 9^{-2} \cdot 27^{-3}}{81^{-3}} =$$

- 3) En una clase de 36 alumnos, $\frac{1}{3}$ han elegido como optativa francés, $\frac{1}{6}$ alemán y el resto robótica.

- a) (3p) ¿Qué fracción estudia francés o alemán?
b) (3p) ¿Qué fracción estudia robótica?
c) (4p) ¿Cuántos alumnos estudian robótica?

- 4) (10p) Opera y simplifica al máximo:

$$(5x+2)^2 - (5x-2)^2 =$$

- 5) (10p) Realiza las siguientes operaciones:

$$(x+1) \cdot (2x+3) - 2 \cdot (x^2+1)$$

- 6) (10p) Factoriza el polinomio:

$$x^3 + 4x^2 - x - 4$$

- 7) He comprado un ordenador que valía 2.500€. Como lo he comprado en el Cyber Monday me han rebajado un 40% pero al hacerme la factura tengo que pagar un impuesto (IVA) del 20%.

- a) (3p) ¿Cuál es el precio rebajado?
b) (3p) ¿Cuánto he pagado de impuestos?
c) (4p) ¿Cuál es el precio final?

- 8) Dada la sucesión: 4, 12, 20, 28,, se pide:

- a) (1p) La diferencia.
b) (3p) El término general.
c) (3p) El término 100.
d) (3p) La suma de los 100 primeros términos.

MODELO DEL SEGUNDO PARCIAL DE PENDIENTES

- 1) (10p) Resuelve la siguiente ecuación de primer grado:

$$\frac{3(x-1)}{2} - \frac{5(3-x)}{4} = 2x$$

- 2) Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) (5p) $x^2 = 5x + 6$

b) (5p) $4x^2 - 16 = 0$

- 3) (10p) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 5x + 4y = 11 \end{cases}$$

- 4) (10p) Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 7,80€. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,20€. Calcula el precio del kilo de plátanos y de peras planteando y resolviendo un sistema de ecuaciones.

- 5) (10p) La suma de las edades de tres hijos es igual a la edad de su madre. Si la madre tiene 48 años, y cada uno de los hijos tiene 2 años más que el anterior. Calcula la edad de cada hijo planteando y resolviendo una ecuación de primer grado.

- 6) Representa las siguientes funciones en unos ejes de coordenadas:

a) (5p) $y = -2x + 1$

b) (5p) $y = x^2 - 4x$

- 7) Un técnico de reparación de electrodomésticos cobra 25€ por la visita, más 20€ por cada hora de trabajo.

- a) (3p) Escribe la ecuación de la función que nos da el dinero que debemos pagar (y) en función del tiempo (x).

- b) (3p) Representala gráficamente.

- c) (3p) ¿Cuánto pagaríamos si hubiera estado 3 horas?

- 8) El número de faltas de ortografía que ha cometido cada uno de los 20 alumnos de un grupo de 3º de ESO en la redacción de un comentario ha sido:

0, 1, 2, 3, 4, 1, 0, 2, 1, 3, 4, 2, 0, 1, 3, 1, 2, 0, 1, 1

Se pide:

- b) (3p) Construye la tabla de frecuencias absolutas y relativas.

- c) (3p) Calcula la media aritmética.

- d) (4p) Halla la varianza y la desviación típica.